Eine Methode, aus Reflexionsbeobachtungen elektromagnetischer Wellen auf die Beschaffenheit des reflektierenden Mediums zu schließen.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von

Karl Hellwig,

Kapitänleutnant a. D.,

aus Göttingen.

Göttingen

Gedruckt bei Hubert & Co., G. m. b. H.

1924.

Tag der Vorlegung der Dissertation bei der Fakultät: 15. Juli 1924.

Tag der mündlichen Prüfung: 30. Juli 1924.
Referent: Herr Professor Dr. M. Reich.

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

Meiner lieben Frau

in Treue gewidmet.

Inhalt.

Einleitung: Seite

Die Anregung zu der Untersuchung stammt aus der Praxis. Das Problem wird noch etwas ausführlicher gekennzeichnet 5

I. Theoretischer Abschnitt.

Teil 1. Hauptgrundlagen der Methode.
a) Indirekte Abhängigkeit des Elliptizitätskoeffizienten von der Leitfähigkeit des reflektierenden Mediums 6
b) Methode, Elliptizitätskoeffizienten zu beobachten 10

Teil 2. Bestimmung der Schichtdicke des Mediums 1.
a) Übertragung der Theorie der Interferenzerscheinungen auf die besonderen bei dem vorliegenden Reflexionsproblem herrschenden Verhältnisse . . 11
b) Aufstellung von 4 Gleichungen zur Berechnung der Schichtdicke des zwischenliegenden Dielektrikums 13

Teil 3. Methode, die direkte Strahlung von dem Beobachtungsresultat in Abzug zu bringen.
a) Aufstellung des Senders 15
b) Durchführung der Methode 16

II. Experimenteller Abschnitt.

Teil 1. Beschreibung der Versuchsanordnung 17

Teil 2. Methode, um durch Kombination mehrerer Kontrollen die Meßresultate zu verbessern 19

Teil 3. Elektrische Reflexionen bei nahezu senkrechter Incidenz 23

Teil 4. Messung von Elliptizitätskoeffizienten 30

Schluß.

Zusammenfassung 37

Einleitung.

Die Anregung zu der vorliegenden Untersuchung erfolgte aus der Praxis. „Die Bestimmung des Salzgehaltes von Grundwasser in sandigen Gegenden durch elektrische Reflexionen" ist ein Problem, dessen Lösung für die Praxis große Bedeutung hat. Aus dieser Aufgabe ergeben sich noch die Unterprobleme, die Tiefe des Grundwassers, die Eigenschaften des zwischenliegenden trockenen Sandes und die Eigenschaften derjenigen „Übergangsschicht" zu erforschen, die sich zwischen dem vollständig trockenen Sande und dem eigentlichen Grundwasser befindet.

Will man nun diesem Problem eine geeignete Fassung geben, um es der exakten, wissenschaftlichen Bearbeitung besser zugänglich zu machen, so könnte man etwa folgendermaßen sagen: Gegeben ist ein homogenes, nichtleitendes, planparalleles, horizontales Medium 1 von beträchtlicher nicht bekannter Dicke und von kleiner, nicht bekannter Dielektrizitätskonstante, darunter ein homogenes Medium 2 von großer, ebenfalls nicht genau bekannter Dielektrizitätskonstante und unbekannter Leitfähigkeit; zwischen beiden Medien besteht eine Übergangsschicht von geringer nicht genau bekannter Dicke; der Begriff der Übergangsschicht ist dadurch definiert, daß die Dielektrizitätskonstante in dieser Schicht von den Dielektrizitätskonstanten der beiden benachbarten Medien 1 und 2 abweicht; die Leitfähigkeit jeden beliebigen Dickenelements der Übergangsschicht soll eine Funktion sein der von Fall zu Fall variablen, unbekannten Leitfähigkeit des Mediums 2, soll dieser letzteren direkt proportional sein. Es ist nun nur durch Reflexionsmessungen elektromagnetischer Wellen von der Oberfläche des Mediums 1 aus, und ohne die Wirkung des direkten Strahles abschirmen zu dürfen, erstens die Schichtdicke des Mediums 1 zu bestimmen und zweitens ist festzustellen, ob das Medium 2 ein leitender oder ein nichtleitender Körper ist. Die Fühlung mit dem ursprünglichen praktischen Problem wird, soweit es der streng wissenschaftliche Charakter der Arbeit erlaubt, durch entsprechende Nebenbemerkungen aufrechterhalten werden.

Für die Bearbeitung benutzt wurden die Drude'sche Erklärung der elliptischen Polarisation des reflektierten Strahles durch Oberflächen- oder Übergangsschichten, ferner einige Sätze von Zenneck über die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen an der Oberfläche eines homogenen, nichtleitenden Körpers. Im übrigen liegen wissenschaftliche Arbeiten über das spezielle oben formulierte Problem noch nicht vor.

I. Theoretischer Abschnitt.

Teil 1. Hauptgrundlagen der Methode.

a) Indirekte Abhängigkeit des Elliptizitätskoeffizienten von der Leitfähigkeit des reflektierenden Mediums.

Es sollen zunächst die Grundgedanken der Methode besprochen werden, und erst hinterher die Einzelheiten. Wir wollen also vorläufig annehmen, es wäre irgendwie möglich, die Wirkung des direkten Strahles von der gemachten Beobachtung in Abzug zu bringen und die Schichtdicke des Mediums 1 wäre bereits aus Interferenzbeobachtungen bestimmt. Wie kann man dann feststellen, ob Medium 2 leitend ist oder nicht?

Drude behandelt in seinem „Lehrbuch der Optik" eine Theorie, in der er die elliptische Polarisation der von nichtleitenden Medien reflektierten Strahlung durch Übergangsschichten erklärt.

Bei Ableitung dieser Theorie benutzt Drude folgende Bezeichnungen: Die Dielektrizitätskonstanten der von der Strahlung berührten Medien 1 und 2 heißen ε_1 und ε_2. Die zwischen den Medien liegende planparallele Übergangsschicht mit dem Dickenelement dz hat die in der z-Richtung variable Dielektrizitätskonstante ε. Als Grenzen z_1 und z_2 der Übergangsschicht sind diejenigen Stellen definiert, an welchen die Dielektrizitätskonstanten die konstanten Werte ε_1 und ε_2 erreicht haben. Die Dicke der Übergangsschicht D wird als klein gegen die Wellenlänge λ vorausgesetzt. Während Drude nun aber die elektrischen Kräfte allein behandelt, und die magnetischen Vektoren, die ja ständig mit den elektrischen Vektoren gekoppelt sind, der Kürze halber bei der Betrachtung wegläßt, soll es in dem folgenden Abschnitt, da der zu benutzende Rahmenempfänger die Größe der magnetischen Vektoren mißt, umgekehrt gemacht werden, es sollen die magnetischen Vektoren der Betrachtung zu Grunde gelegt werden, und die elektrischen Vektoren, als selbstverständlich gekoppelt, wegbleiben. Ist der Abstand zwischen Sender und Empfänger größer als etwa 10 Wellenlängen, so gelten die Drudeschen Formeln ebenso für die magnetischen wie für die elektrischen Vektoren, wenn man nur den Index p (parallel) mit dem Index s (senkrecht zur Einfallsebene) vertauscht, bis auf die Vorzeichen, die hier der Kürze halber nicht erörtert werden sollen.

Ebenso wie bei Drude werde nun der theoretischen Betrachtung eine Versuchsanordnung zu Grunde gelegt, bei der eine linear polarisierte einfallende Strahlung vom Sender ausgehe. E_p und E_s seien die Amplituden der parallel und senkrecht zur Einfallsebene liegenden einfallenden magnetischen Kräfte. Das Azimut α der Polarisationsebene der einfallenden

Strahlung sei definiert durch $\operatorname{tg}\alpha = \frac{E_s}{E_p}$ und dieses Azimut der einfallenden Strahlung sei bei diesen Versuchen gleich 45°. R_p und R_s seien die Amplituden der parallel und senkrecht zur Einfallsebene liegenden reflektierten magnetischen Kräfte, δ_p und δ_s seien ihre Phasenbeschleunigungen gegen die einfallenden Wellen. Ferner sei $\frac{R_s}{R_p} = \varrho$ (Indizes vertauscht) das relative Amplitudenverhältnis, $\delta_s - \delta_p = -\Delta$ die relative Phasendifferenz der senkrecht und parallel zur Einfallsebene liegenden magnetischen Kräfte des reflektierten Strahles. Schließlich sollen die im Polarisationswinkel φ, der durch $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}}$ definiert ist, beobachteten Werte ϱ und Δ durch einen Querstrich kenntlich gemacht werden, d. h. das relative Amplitudenverhältnis heiße im Polarisationswinkel $\bar{\varrho}$ und die relative Phasendifferenz $-\bar{\Delta}$. Dann bestehen nach Drude folgende Gleichungen

$$\bar{\varrho} = \frac{\pi}{\lambda} \frac{\sqrt{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{(\varepsilon - \varepsilon_1)(\varepsilon - \varepsilon_2)}{\varepsilon}\, dz \qquad (1)$$

$$-\bar{\Delta} = \frac{\pi}{2} \qquad (2)$$

D. h. der reflektierte Strahl ist bei Annahme einer Übergangsschicht von endlicher Dicke nicht linear polarisiert, wie es ohne Übergangsschicht sein müßte, sondern elliptisch polarisiert. Die Schwingungsellipse liegt mit ihren Hauptachsen senkrecht und parallel zur Einfallsebene und hat das Achsenverhältnis $\bar{\varrho}$, welches Drude auch den „Elliptizitätskoeffizienten" des reflektierten Strahles nennt.

Wie paßt nun diese Theorie auf elektromagnetische Reflexionen an unserer Übergangsschicht und an unserem Medium 2? Nimmt man bei der eben angeführten Drude'schen Gleichung (1) an, daß ε linear mit z wächst, so kann man nach der analytischen Geometrie ansetzen

$$\varepsilon - \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{z_2 - z_1}(z - z_1) \qquad (3) \qquad \text{und} \qquad \varepsilon - \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{z_2 - z_1}(z - z_2) \qquad (4)$$

da ferner $z_2 - z_1 = D$, so folgt aus (3) $\varepsilon = \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)(z - z_1) + \varepsilon_1 D}{D}$ (5)

Setzt man diese drei Werte in (1) ein, so ergibt sich

$$\bar{\varrho} = \frac{\pi}{\lambda} \frac{\sqrt{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2}{D} \int_{z_1}^{z_2} \frac{(z - z_1)(z - z_2)\, dz}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)(z - z_1) + \varepsilon_1 D}.$$

Führt man hier eine neue Integrationsvariable $z - z_1 = \zeta$ ein, so kann man ausintegrieren und erhält schließlich:

$$\varrho = \frac{D}{\lambda} \frac{\pi \sqrt{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \left(\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} - \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \lg \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right) \qquad (6)$$

Man sieht, ϱ ist direkt proportional $\frac{D}{\lambda}$. Hätte man für ε nicht ein lineares sondern irgend ein stetiges Anwachsen von ε_1 bis ε_2 vorgeschrieben, so wäre zwar das Integrieren schwieriger geworden, aber das Ergebnis wäre insofern dasselbe geblieben, als sich ϱ wieder direkt proportional $\frac{D}{\lambda}$ ergeben hätte. Es wäre dann wieder

$$\varrho = \frac{D}{\lambda} \cdot F(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \qquad (7)$$

Dieser Wert ϱ ist also der Elliptizitätskoeffizient des an einem nichtleitenden Medium reflektierten Strahles.

Ist nun aber das reflektierende Medium leitend, so ist nach Drude in den Formeln für nichtleitende reflektierende Medien überall anstatt ε des betreffenden Mediums zu schreiben $\varepsilon' = \varepsilon - 2i\sigma T$ (8), wo σ die Leitfähigkeit und T die Schwingungsdauer bedeutet. Je größer σ und T werden, um so größer wird der Einfluß des imaginären Gliedes, um so mehr nähern wir uns der für die Metallreflexion von Drude aufgestellten Theorie. Bei seiner Theorie der Metallreflexion geht Drude von genau dem gleichen Aufbau der Apparate aus wie bei der Reflexion an Nichtleitern. In beiden Fällen läßt er eine linear polarisierte Strahlung einfallen, deren Polarisationsebene unter 45° gegen die Einfallsebene geneigt ist, sodaß $E_p = E_s$ ist. In beiden Fällen haben wir im Polarisationswinkel die Phasendifferenz $-\Delta = \frac{\pi}{2}$ und das Achsenkreuz der elliptischen Schwingung liegt im Polarisationswinkel parallel und senkrecht zur Einfallsebene.

Wir haben es hier mit zwei zusammengehörigen „Grenzfällen" zu tun: Die unendlich kleine und die unendlich große Leitfähigkeit des reflektierenden Mediums ruft bei sonst im allgemeinen gleicher Versuchsanordnung den gleichen Effekt, elliptische Polarisation des reflektierten Strahles hervor, nämlich einerseits haben wir bei nichtleitendem reflektierenden Medium elliptische Polarisation des reflektierten Strahles infolge einer Übergangsschicht, andrerseits haben wir bei metallisch leitendem Medium elliptische Polarisation ohne Mitwirkung einer Übergangsschicht nur infolge metallischer Reflexion.

Zwischen diesen Grenzfällen gibt es nun Zwischenstufen, die theoretisch, wie bereits erwähnt, durch Einsetzen von $\varepsilon' = \varepsilon - 2i\sigma T$ in die Formeln für nichtleitende Medien behandelt werden können, die sich aber beim Arbeiten mit kurzen elektrischen Wellen auch experimentell untersuchen lassen. Die Durchführung von Versuchen auf diesem Gebiet mit 17,5 cm-Wellen bildete den Schwerpunkt dieser Arbeit und die Messungen werden im II. Abschnitt

eingehend beschrieben. Diejenigen Ergebnisse, die gerade hier interessieren, waren folgende:

1) Daß der reflektierte Strahl dann linear polarisiert ist, wenn bei nichtleitendem reflektierenden Medium keine besondere Übergangsschicht künstlich angebracht wird.

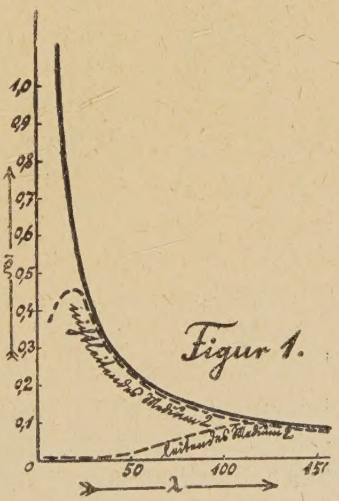
2) Daß der reflektierte Strahl auch dann linear polarisiert ist, wenn bei sonst gleichen Versuchsbedingungen dem reflektierenden Medium eine geringe Leitfähigkeit ($\sigma \sim 2 \times 10^{10}\,\mathrm{sec}^{-1}$ el. stat.) gegeben wird.

3) Daß der reflektierte Strahl, sobald eine dünne künstliche Übergangsschicht angeordnet wird, sofort elliptisch polarisiert ist (der Elliptizitätskoeffizient zeigt sich bei dünnen Übergangsschichten der Theorie entsprechend direkt proportional der Dicke der Übergangsschicht).

4) Daß die gleiche geringe Leitfähigkeit, die bei den unter 2) angeführten Versuchen benutzt wurde ($\sigma \sim 2 \times 10^{-10}\,\mathrm{sec}^{-1}$), bereits die elektromagnetischen Strahlen hinderte, die Übergangsschicht vollständig zu durchdringen.

Aus diesen Versuchen kann man schließen, daß ein schwaches Zunehmen der Leitfähigkeit des reflektierenden Mediums die Wirkung haben wird, daß einerseits die durch die Übergangsschicht hervorgerufene Elliptizität des reflektierten Strahles kleiner wird, da die Übergangsschicht nicht mehr vollständig durchdrungen wird und die Elliptizität dem wirksamen Teil der Übergangsschicht proportional ist, daß andrerseits die durch metallische Reflexion hervorgerufene Elliptizität noch nicht in Erscheinung tritt, da hierzu die Leitfähigkeit noch viel zu gering ist.

Soll nun auf Grund unserer Formel (7) $\bar{\varrho} = \frac{D}{\lambda} \cdot F(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ untersucht werden, ob das reflektierende Medium nichtleitend oder schwach-leitend ist, so wird das aus den Messungen fortlaufend bestimmbare Produkt $\bar{\varrho} \cdot \lambda$ nach Formel (7) konstante Werte behalten, solange auch bei Verkleinerung der Wellenlänge die Übergangsschicht D von den elektromagnetischen Wellen immer noch vollständig durchdrungen wird, und infolgedessen auf der rechten Seite der Formel (7) außer ε_1 auch die Werte D und ε_2 konstant bleiben. Sobald aber das Produkt $\bar{\varrho} \cdot \lambda$ bei den Messungen mit allmählich abnehmenden Wellenlängen nicht mehr konstante Werte zeigt, sondern kleiner wird und gegen Null strebt, so erkennt man daraus, daß die Übergangsschicht nicht mehr vollständig durchdrungen wird und daher eine gewisse Leitfähigkeit besitzen muß.

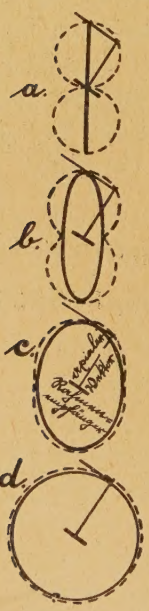


Figur 1.

In der Praxis wird man sich einer graphischen Darstellung bedienen (siehe Figur 1). Trägt man auf der Abscissenachse λ und auf der Ordinatenachse ϱ ab, so wird man bei einem streng nichtleitenden reflektierenden Medium bei mehreren aufeinander folgenden Beobachtungen mit verschiedenem λ nur Punkte erhalten, die auf einer gleichseitigen Hyperbel liegen. Bei einem leitenden reflektierenden Medium werden die Beobachtungspunkte in einer von der Hyperbel abweichenden Richtung liegen. Bei einiger Erfahrung werden die Messungen den Unterschied zwischen nichtleitenden und leitenden Medien erkennen lassen.

b) Methode, Elliptizitätskoeffizienten zu beobachten.

Wie beobachtet man nun elliptische Polarisation im Bereiche elektrischer Wellenlängen? Der zur Beobachtung benutzte Rahmenempfänger werde dargestellt durch den axialen Vektor, der senkrecht auf der Ebene des Rahmenempfängers steht, und dessen Länge proportional ist dem Produkt Rahmenfläche mal Windungszahl, wobei noch vorausgesetzt wird, daß alle in Frage kommenden Rahmen eine einheitliche Form haben, etwa die eines Kreisringes. Die Schwingungsellipse der gewöhnlichen elliptischen Polarisation liegt in einer zur Strahlrichtung senkrechten Ebene. Will man diese elliptische Polarisation messen, so stellt man den Rahmenempfänger drehbar um einen Durchmesser so auf, daß sich sein axialer Vektor in einer zur Strahlrichtung senkrechten Ebene herumbewegt. Die vom Rahmenempfänger in jeder Stellung angezeigte Intensität ist dann proportional der Projektion, die eine zur Rahmenfläche parallele Tangente an die Schwingungsellipse auf dem axialen Vektor abschneidet. Wie Figur 2 veranschaulicht, erhält man eigentümliche für die Art der elliptischen Schwingung charakteristische Kurven, wenn man in einem Polardiagramm jedesmal in derjenigen Richtung, in welcher der axiale Vektor des Rahmens bei der Messung gestanden hat, die beobachtete Komponente der Schwingungsintensität aufträgt. Die 4 punktierten Kurven zeigen, wie die Aufnahme elliptischer Schwingungen aussehen müßte, wenn das Verhältnis der kleinen Achse zur großen Achse bei der elliptischen Schwingung a) = o, b) $= \frac{1}{3}$, c) $= \frac{2}{3}$, d) = 1 ist. Umgekehrt kann man, wenn ein derartiges Polardiagramm als Beobachtungsresultat vorliegt, sämtliche Daten leicht daraus entnehmen, sowohl die Größe des Achsenverhältnisses als auch den Winkel, den das Achsenkreuz mit der Einfallsebene bildet. Es ist nun zu beachten, daß das Achsenverhältnis nur dann „Elliptizitätskoeffizient" genannt wird,



Figur 2.

wenn die Reflexion im Polarisationswinkel erfolgt ist, oder, was für dies Letztere als zuverlässige Kontrolle betrachtet werden kann, wenn das Achsenkreuz der nach Figur 2 aufgenommenen Schwingungsellipse genau parallel und senkrecht zur Einfallsebene liegt. Die im 2. Teil beschriebenen Versuche haben deutlich gezeigt, daß, sowie man nur 1 oder 2 Grad aus dem Polarisationswinkel herauskommt, das Achsenkreuz sich merklich schräg stellt.

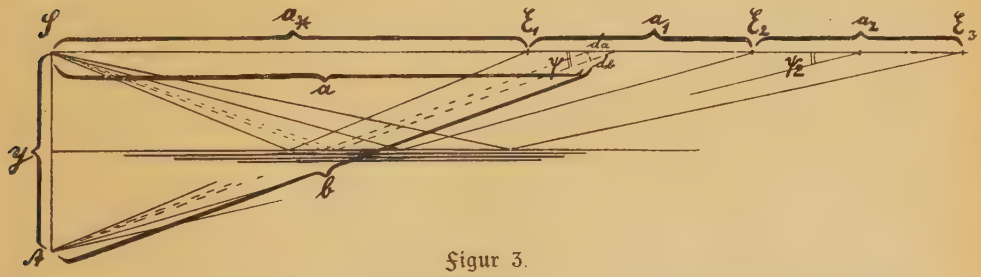
Nachdem so die Hauptgrundlagen der Methode besprochen sind, interessieren uns hauptsächlich noch 2 Fragen: Erstens die Bestimmung der Schichtdicke des Mediums 1 und zweitens die Frage, wie die direkte Strahlung von dem Beobachtungsresultat in Abzug gebracht werden kann.

Teil 2. Bestimmung der Schichtdicke des Mediums 1.

a) Übertragung der bekannten Theorie der Interferenzerscheinungen auf die besonderen bei dem vorliegenden Reflexionsproblem herrschenden Verhältnisse.

Sollen von der Oberfläche des Mediums 1 aus elektrische Strahlen am Medium 2 reflektiert werden, so werden, wenn gar keine Schirme benutzt werden dürfen, gleichzeitig auch direkte Strahlen vom Sender zum Empfänger gelangen und hier mit den reflektierten Strahlen irgendwie interferieren. Es liegt deshalb nahe, sich einen Überblick darüber zu verschaffen, nach welchen Gesetzen sich die elektrischen und magnetischen Kräfte des direkten und reflektierten Strahles am Aufstellungsort des Empfängers zusammensetzen.

Figur 3 bedeute einen vertikalen Schnitt durch Medium 1 und 2. An der Oberfläche von 1, die als horizontal angenommen werden soll, sei bei S ein linearer Sender parallel der Zeichenebene oder, was dasselbe



Figur 3.

bedeutet, parallel der Einfallsebene und unter einem Winkel mit der Oberfläche des Mediums 1 von etwa 10—20 Grad aufgestellt. Es sei hier die Bemerkung eingeschoben, daß die von der Aufstellung von Erdantennen her bekannten Gesetzmäßigkeiten nicht ohne weiteres auf den hier vorliegenden Fall übertragen werden können. Das Medium 1 ist als nichtleitend angenommen. Seine Dielektrizitätskonstante soll sehr klein sein (feuchtes Erdreich hat eine höhere Elektrizitätskonstante als trockener Sand). Schließlich soll

die Länge des linearen Senders klein sein im Vergleich zu seinem Abstand vom Medium 2. Die Verhältnisse sind also ähnlich denjenigen beim Arbeiten im Laboratorium mit linearem Sender. Jedenfalls soll im folgenden angenommen werden, daß linear polarisierte Strahlung vom Sender ausgeht, daß die elektrischen Vektoren sowohl des direkten wie auch des reflektierten Strahles parallel zur Einfallsebene schwingen und die magnetischen Vektoren beider Strahlen senkrecht zur Einfallsebene. Wie der Sender am vorteilhaftesten aufzustellen ist, um dieser Anforderung zu genügen, wird durch Versuche erprobt werden können. Es steht nichts im Wege, den linearen Sender auch senkrecht aufzubauen. Im übrigen sind weder die Ziele, die erreicht werden sollen, noch die gegebenen Verhältnisse die gleichen wie bei der drahtlosen Telegraphie.

In der bereits erwähnten Einfallsebene sollen nun an mehreren Stellen der Oberfläche von 1 mit einem parallel zur Einfallsebene gehaltenen Rahmenempfänger die vom direkten und reflektierten Strahl resultierenden, horizontalen, magnetischen Kräfte gemessen und hierbei im besonderen diejenigen Orte auf der Oberfläche von 1 bestimmt werden, an denen infolge der Interferenz die magnetischen Kräfte ihre Maximum- und Minimumwerte erreichen.

Der direkte Strahl vom Sender zum Empfänger gleitet an der Oberfläche des Mediums 1 entlang. Seine eigentlich vertikal schwingenden elektrischen Vektoren werden durch den Einfluß des Mediums 1 nach vorn übergeneigt. Aber seine magnetischen Vektoren schwingen linear senkrecht zur Einfallsebene auch dicht über dem Medium 1.

Der reflektierte Strahl schwingt mit seinen magnetischen Vektoren sowohl vor, als auch nach der Reflexion linear senkrecht zur Einfallsebene. Die elliptische Polarisation des reflektierten Strahles tritt nur auf, wenn der Sender nicht parallel zur Einfallsebene aufgestellt ist, und kommt hier nicht in Frage.

Die magnetischen Vektoren s_1 des direkten und s_2 des reflektierten Strahles schwingen also linear nach den bekannten Formeln

$$s_1 = A_1 \sin\left(2\pi \frac{t}{T} + p_1\right) \text{ und } s_2 = A_2 \sin\left(2\pi \frac{t}{T} + p_2\right)$$

Da beide Vektoren senkrecht zur Einfallsebene schwingen, so führt am Aufstellungsort des Rahmenempfängers der resultierende magnetische Vektor, wie bekannt, sinusförmige lineare Schwingungen aus nach folgenden Gleichungen:

$$s = A \sin\left(2\pi \frac{t}{T} + p\right) \tag{9}$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(p_1 - p_2)} \tag{10}$$

$$\text{und } \operatorname{tg} p = \frac{A_1 \sin p_1 + A_2 \sin p_2}{A_1 \cos p_1 + A_2 \cos p_2} \tag{11}$$

An denjenigen Aufstellungsorten des Empfängers, an denen die Phasendifferenz $p_1 - p_2 = 0$ ist, erreicht die Amplitude das Maximum $A = A_1 + A_2$, dort, wo $p_1 - p_2 = \pi$ ist, das Minimum $A = A_1 - A_2$.

In der Optik wird, wenn man Maxima und Minima bei Interferenzerscheinungen beobachten will, stets die Forderung aufgestellt, daß die beiden interferierenden Strahlen keine zu großen Winkel mit einander bilden dürfen. Analog werden auch bei langwelligen Strahlen die Maxima und Minima nur dann einigermaßen scharf beobachtet werden können, wenn die Strahlen unter nicht allzu großem Winkel zusammentreffen.

Es soll deshalb, um kleine Schnittwinkel zu erhalten, die unmittelbare Nachbarschaft des Senders zunächst außer Betracht bleiben, und es sollen nur die Verhältnisse in ziemlich großer Entfernung (verglichen mit der Schichtdicke des Mediums 1) untersucht werden. Wenn man sich hier mit dem Rahmenempfänger allmählich vom Sender fortbewegt, so durchläuft die Phasendifferenz $p_1 - p_2$ stetig zunehmend, sämtliche reellen Zahlwerte, ebenso wie ein Winkel, dessen freier Schenkel auf einer Riemannschen Fläche fortgesetzt um den Scheitelpunkt herumschwenkt. Da in Formel (10) der Kosinus der ständig wachsenden Phasendifferenz vorkommt, so erkennt man leicht, daß die Maximum- und Minimumwerte der Amplituden an der Oberfläche von 1 so, wie man es bei Interferenzerscheinungen kennt, sich regelmäßig abwechseln müssen, wenn man sich vom Sender allmählich entfernt. In Abb. 3 seien E_ν ($\nu = 1, 2, 3$) drei solche Stellen benachbarter Extremwerte. Es soll nun im folgenden gezeigt werden, daß man *aus der Lage dreier benachbarter Extremwerte*, die bei konstanter Wellenlänge beobachtet sind, die Schichtdicke des Mediums 1 berechnen kann.

Es sei hier die Bemerkung eingeschoben, daß man, um diese Schichtdicke zu berechnen, auch die Wellenlänge variieren und den Aufstellungsort des Empfängers konstant lassen kann, anstatt, wie eben beschrieben wurde, die Wellenlänge konstant zu lassen und den Aufstellungsort zu variieren. Der Kürze halber wird hier nur die letztere der beiden Möglichkeiten genauer besprochen.

b) Aufstellung von 4 Gleichungen zur Berechnung der Schichtdicke des Mediums 1.

In Abb. 3 führe die vom Sender S aus auf das Medium 2 gefällte Senkrechte, um sich selbst verlängert, zum Punkte A, dem scheinbaren Ausgangspunkte der reflektierten Strahlen, ferner bezeichne a, als Variable, den jeweiligen Abstand des Empfängers vom Sender und b, ebenfalls als Variable aufgefaßt, den Abstand des Empfängers von A – dieser Abstand ist ja gleich dem Wege, den der reflektierte Strahl zurückzulegen hat –, die Variable ψ bezeichne den zwischen a und b liegenden Winkel, λ sei die Wellenlänge an der Oberfläche von Medium 1, n_1 sei das Verhältnis der

Wellenlänge an der Oberfläche von 1 zu der Wellenlänge im Innern von 1 (also nahezu der Brechungsindex des Mediums 1) und P bedeute die Phasendifferenz zwischen den horizontalen magnetischen Vektoren des direkten und des reflektierten Strahles ausgedrückt in Längenmaß, also $P = \frac{p_1 - p_2}{2\pi} \cdot \lambda$. Dann kann man für zwei unendlich benachbarte Aufstellungsorte des Empfängers aus der Figur ablesen

$$\cos \psi = \frac{db}{da} \tag{12}$$

Nun ist db gleich $\frac{da}{n_1}$ (dem Fortschritt der reflektierten Welle im Innern des Medium 1 während desjenigen kleinen Zeitteilchens, in welchem der direkte Strahl an der Oberfläche des Mediums 1 um da fortschreitet) plus $\frac{dP}{n_1}$ (dem Zuwachs der Phasendifferenz genommen im Innern des Mediums 1 für dasselbe kleine Zeitteilchen) also

$$db = \frac{da}{n_1} + \frac{dP}{n_1} \tag{13}$$

Setzt man diesen Wert in Gleichung (12) ein, so erhält man $\cos \psi = \frac{da + dP}{n_1 da}$ oder umgeformt

$$(n_1 \cos \psi - 1)\, da = dP \tag{14}$$

Man integriere über die Entfernung zweier benachbarter Extremwerte

$$\int_{E_\nu}^{E_{\nu+1}} (n_1 \cos \psi - 1)\, da = \int_{P_\nu}^{P_{\nu+1}} dP = \frac{\lambda}{2} \tag{15}$$

worin P_ν die Phasendifferenz im Punkte E_ν ($\nu = 1, 2, 3$) bezeichne; ferner bedeute (siehe Figur 3) a_ν den Abstand von E_ν bis $E_{\nu+1}$, $a_{\nu+1}$ den Abstand von $E_{\nu+1}$ bis $E_{\nu+2}$, ψ_ν bedeute den Winkel zwischen dem vom Sender herkommenden direkten Strahl und der Verbindungslinie der Mitte von a_ν mit A; schließlich sei A_* die Entfernung von S bis zum ersten mit dem Rahmenempfänger beobachteten Extremwert, und AS sei gleich y. Dann folgt aus obiger Gleichung (15)

$$\int_{E_\nu}^{E_{\nu+1}} \cos \psi\, da = \frac{\frac{\lambda}{2} + a_\nu}{n_1}$$

Führen wir hierin ψ_ν als konstanten Mittelwert für die Zone E_ν bis $E_{\nu+1}$ an Stelle von ψ ein, so kann man $\cos \psi_\nu$ vor das Integral ziehen und erhält dann

$$\cos \psi_\nu = \frac{\frac{\lambda}{2} + a_\nu}{n_1 \cdot a_\nu} \tag{16}$$

Ist nun die gegenseitige Lage dreier benachbarter Extremwerte und die Entfernung des ersten Extremwertes vom Sender beobachtet worden, so kann man aus Formel (16) und aus Figur 3 vier Gleichungen mit 4 Unbekannten aufstellen, aus denen man n_1, ψ_ν und dann y berechnen kann. Die 4 Gleichungen lauten:

1) $\cos \psi_1 = \frac{\lambda + 2a_1}{2n_1 a_1}$

2) $\cos \psi_2 = \frac{\lambda + 2a_2}{2n_1 a_2}$

3) $\operatorname{tg} \psi_1 = \frac{2y}{2a_* + a_1}$

4) $\operatorname{tg} \psi_2 = \frac{2y}{2a_* + 2a_1 + a_2}$

Man führe ein:

$$\cos \psi_\nu = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi_\nu}}$$

substituiere die Werte von $\operatorname{tg} \psi_\nu$ aus 3) und 4), kehre die Brüche um und quadriere, dann folgt:

$$\frac{(2a_* + a_1)^2 + 4y^2}{(2a_* + a_1)^2} = \left(\frac{2n_1 a_1}{\lambda + 2a_1}\right)^2$$

$$\frac{(2a_* + 2a_1 + a_2)^2 + 4y^2}{(2a_* + 2a_1 + a_2)^2} = \left(\frac{2n_1 a_2}{\lambda + 2a_2}\right)^2$$

Man mache die Werte für $4y^2$ frei, setze die erhaltenen Ausdrücke gleich und löse nach n_1^2 auf. Dann folgt:

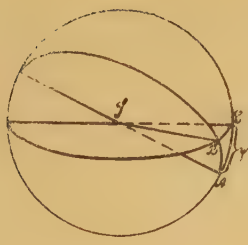
$$n_1^2 = \frac{[(2a_* + 2a_1 + a_2)^2 - (2a_* + a_1)^2][(\lambda + 2a_1)(\lambda + 2a_2)]^2}{4[a_2(2a_* + 2a_1 + a_2)(\lambda + 2a_1)]^2 - [a_1(2a_* + a_1)(\lambda + 2a_2)]^2}$$

Durch Einsetzen dieses Wertes in die erste der 4 obigen Gleichungen findet man ψ_1 und dann aus der dritten Gleichung die doppelte Schichtdicke y. Wir sehen also, wie die doppelte Schichtdicke y durch eine gewisse Anordnung der Apparatur bestimmt worden ist. Im folgenden wird für die weiteren Messungen eine ganz andere Art, den Sender und Empfänger aufzubauen, beschrieben werden. Mögen dadurch keine Verwechselungen entstehen.

Teil 3. Methode, die direkte Strahlung von dem Beobachtungsresultat in Abzug zu bringen.

a) Aufstellung des Senders.

Wollen wir einen linearen Sender so aufstellen, daß gleichzeitig das Azimut der Polarisationsebene des einfallenden Strahles 45° beträgt, und gleichzeitig der lineare Sender parallel zur Oberfläche des Mediums 1 liegt, so ist es eine einfache Aufgabe der sphärischen Trigonometrie, denjenigen Winkel zu berechnen, den der parallel zur Oberfläche von Medium 1 liegende Sender mit der Einfallsebene bilden muß. In Figur 4 sei S der Auf-



Figur 4.

stellungsort des Senders, die Ebene BSC bedeute die Oberfläche von 1, die Ebene ASC sei die Einfallsebene und ASB sei eine durch den einfallenden Strahl SA gelegte Ebene, die einen Winkel von 45° mit der Einfallsebene ASC bildet. Aus dem rechtwinklig sphärischen Dreieck ABC ergibt sich nach der Napierschen Regel:

$$\operatorname{tg} BSC = \sin \psi \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = \sin \psi.$$

Aus Figur 3 ersieht man $\operatorname{tg} \psi = \frac{y}{SE}$, worin SE die Entfernung des Senders von demjenigen Aufstellungsort des Empfängers bedeutet, der im Polarisationswinkel liegt.

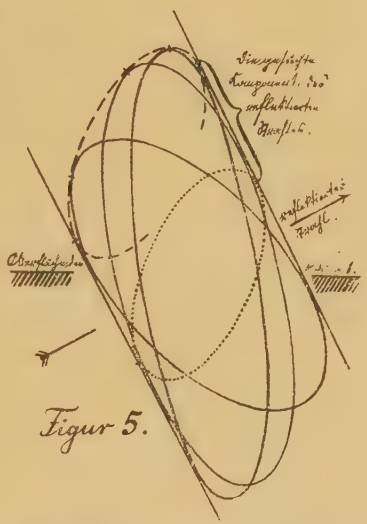
Es ist also leicht, den linearen Sender in die richtige Stellung zu bringen. In Anbetracht, daß das Medium 1 nichtleitend ist und eine kleine Dielektrizitätskonstante haben soll, und in Anbetracht, daß die Wellenlänge und also erst recht die Senderlänge klein ist im Vergleich zum Abstand des Mediums 2 vom Sender, wie diese Verhältnisse bei den angestellten Versuchen ja auch sehr ähnlich wiedergegeben waren, soll nun angenommen werden, daß die in Verlängerung der Senderrichtung erfolgende Strahlung verschwindend klein ist, daß aber in der Richtung der Einfallsebene eine linear polarisierte Strahlung herrscht, die an der Oberfläche des nichtleitenden Mediums 1 entlang einen Strahl sendet, dessen magnetischer Vektor parallel der Einfallsebene schwingt, und schräg ins Medium 1 hinein einen einfallenden Strahl sendet, dessen magnetischer Vektor unter einem Azimut von 45° zur Einfallsebene schwingt. Der reflektierte Strahl ruft dann eine elliptische Schwingung in der Ebene senkrecht zur Strahlrichtung hervor, deren Achsenkreuz, wenn der aufnehmende Rahmenempfänger sich richtig im Polarisationswinkel befindet, parallel und senkrecht zur Einfallsebene liegt, und zwar liegt die lange Achse, wenn man die magnetischen Vektoren betrachtet, parallel zur Einfallsebene. Der parallel zur Einfallsebene schwingende magnetische Vektor des direkten Strahles wird durch den retardierenden Einfluß des Mediums 1 vornüber geneigt werden und auch eine durch Phasenverschiebung entstehende „Drehfeldkomponente" erhalten. Hingegen soll eine eventuell senkrecht zur Einfallsebene schwingende magnetische Komponente als klein vernachlässigt werden.

b) Durchführung der Methode.

Das Verfahren ist kurz folgendes: Durch eine Überschlagungsrechnung wird der Polarisationswinkel bestimmt. In diesem ungefähr richtigen Polarisationswinkel wird der Rahmenempfänger um einen in der Strahlrichtung liegenden Durchmesser herumgeschwenkt und so die resultierende elliptische Schwingung des magnetischen Vektors festgestellt. Da der magnetische Vektor

des direkten Strahles parallel zur Einfallsebene schwingt, so ist eine geringe Schräglage des Achsenkreuzes der resultierenden elliptischen Schwingung nach wie vor ein Kriterium dafür, daß man sich nicht genau im Polarisationswinkel befindet. Der Aufstellungsort des Empfängers wird dann solange variiert, bis das Achsenkreuz der resultierenden Schwingung genau parallel und senkrecht zur Einfallsebene liegt, und also der Polarisationswinkel erreicht ist. Die Länge der horizontalen kleinen Achse der Schwingungsellipse wird durch den direkten Strahl nicht beeinflußt. Um nun die parallel zur Einfallsebene liegende lange Achse der elliptischen Schwingung von der Überlagerung des direkten Strahles zu befreien, soll hier ein graphisches Verfahren kurz beschrieben werden.

Man stellt den Rahmenempfänger nach Beendigung der soeben beschriebenen Messung an demselben Beobachtungsorte so auf, daß der Durchmesser, um den er gedreht wird, senkrecht zur Einfallsebene steht, und also der axiale Vektor des Rahmenempfängers in der Einfallsebene herumgeschwenkt wird. In dieser Stellung nimmt man das elliptische Drehfeld auf, welches der resultierende magnetische Vektor in der Einfallsebene beschreibt. Man erhält dann etwa eine der ausgezogenen Ellipsen der Figur 5. Darauf geht man 2 mal mit dem Rahmenempfänger auf der Verbindungslinie Sender – Empfänger ein kleines Stück (etwa $^1/_4$ Wellenlänge) vorwärts und erhält dann zwei elliptische Drehfelder, die durch die beiden anderen ausgezogenen Ellipsen der Figur 5 dargestellt sein mögen. Dann kann man aus diesen drei Beobachtungen zunächst das von der direkten Strahlung allein herrührende Drehfeld (punktierte Ellipse der Figur 5) finden und dadurch auch die in der Einfallsebene liegende Komponente des reflektierten Strahles. Damit ist dann das Verhältnis der kleinen zur großen Achse bestimmt und also $\bar{\varrho}$ gefunden.

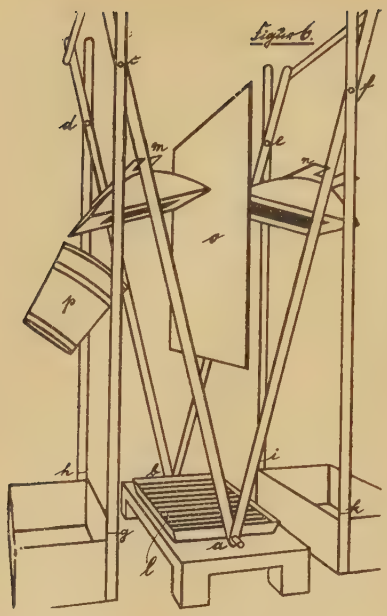


Figur 5.

II. Experimenteller Abschnitt.

Teil 1. Beschreibung der Versuchsanordnung.

Die Versuchsanordnung ist in Figur 6 wiedergegeben. Das Hauptgerüst bestand aus 4 senkrechten und 4 schrägen Latten, die mit Sinus-Skala-Einteilungen versehen waren. Bei a und b hatten die schrägen Latten fest-



gelagerte Drehpunkte. Mit diesem Gerüst sollte jeder Einfallswinkel (auch später bei flachen Incidenzen) eingestellt werden können. Zu diesem Zweck befand sich bei jedem Skalenteilpunkt ein Loch, und die schrägen und senkrechten Latten konnten durch Stöpsel verschieden miteinander verbunden werden, sodaß der Einfallswinkel der schrägen Latten von halbem zu halbem Grad variiert werden konnte, ohne daß eine besondere kreisförmige Gradeinteilung hierfür eingebaut war. Bei nahezu senkrechter Incidenz waren die Latten an den Stellen c, d, e, f (siehe Figur 6) verbunden, sodaß ein Einfallswinkel von 15° entstand. Bei g, h, i und k befanden sich die Nullpunkte der Sinusteilungen der senkrechten Latten. Zwischen den beiden Drehpunkten a und b war ein größerer flacher Behälter l so aufgestellt, daß die Oberfläche der zu untersuchenden Substanz sich möglichst genau in der Höhe der Punkte a und b befand. Ferner waren die Schlitten m und n verschiebbar zwischen den schrägen Latten angebracht, sodaß diese Schlitten in jedem Abstande von den Drehpunkten a und b festgeklemmt werden konnten, wozu auf jeder schrägen Latte noch eine zweite gleichförmige Skala angebracht war.

Die Versuche waren nun so gedacht, daß der elektrische Wellenzug vom Schlitten m her in einer Fortpflanzungsrichtung parallel zu den ersten schrägen Latten auf das reflektierende Medium treffen und von hier aus dann in paralleler Richtung zu den anderen schrägen Latten zum Schlitten n gelangen sollte. Der lineare (Hertzsche) Sender und der lineare Empfänger mit Detektor waren in den Mittelpunkten der beiden Schlitten befestigt, drehbar in Ebenen, die auf den Hauptstrahlrichtungen senkrecht standen. Bei der ersten Gruppe von Versuchen mit nahezu senkrechter Incidenz konnten die Hertzschen Parabolspiegel mit Vorteil verwendet werden, während sie bei flacher Incidenz die Exaktheit der Ergebnisse beeinträchtigten und beseitigt wurden. Um die Versuche möglichst zu vereinfachen, wurde die Wirkung des direkten Strahles ausgeschaltet, und zu diesem Zwecke zwischen Sender und Empfänger ein großer Metallschirm o angebracht, der bei den späteren Versuchen mit flacher Incidenz noch mehr Bedeutung bekam und hier deshalb nach verschiedenen Richtungen hin noch erheblich vergrößert wurde.

Bei p war ein nach oben offener Blechbehälter in schräger Stellung aufgehängt, in welchem ein linearer Kontrollempfänger angebracht war.

Der Blechbehälter hatte den Zweck, die ungestörte Feststellung der Sendeintensität des Funkensenders durch den Kontrollempfänger auch dann sicherzustellen, wenn erhebliche Änderungen der Reflexionsintensität durch verschiedene reflektierende Medien während einer Versuchsreihe vorkamen und, in Anbetracht der nahezu senkrechten Incidenz, rückwirkend auf den Kontrollempfänger einen störenden Einfluß ausüben konnten.

Der Funkensender wurde in üblicher Weise gespeist von einer Wechselstrom-Dynamomaschine von 500 Perioden mit dazwischengeschaltetem Transformator. Von dem Hauptempfänger und dem Kontrollempfänger, die mit je einem Detektor verbunden waren, führten Leitungen zu zwei Spiegelgalvanometern, die nach dem Prinzip der subjektiven Ablesung mittelst einer beleuchteten Skala und zweier dicht nebeneinander stehender Fernrohre abgelesen wurden. Hierbei schaute das eine Auge durch das eine Fernrohr und gleichzeitig das andere Auge durch das andere Fernrohr, sodaß zwischen den beiden zuweilen unruhigen Ablesungen der Galvanometer fast gar keine Zwischenpause entstand. Bei der Verwendung des Kontrollempfängers, der ja dazu dienen sollte, die Schwankungen der Intensität des Funkensenders anzuzeigen, entstand nun noch eine gewisse Schwierigkeit dadurch, daß der Kontrollempfänger, ebenso wie der Hauptempfänger, durch Temperatureinflüsse und dergl. eine zwar nicht plötzlich, aber doch allmählich schwankende Empfindlichkeit hatte. Die Methode, nach der bei dieser variablen Empfindlichkeit der Meßapparate doch noch brauchbare quantitative Ergebnisse erzielt wurden, soll im folgenden im Anschluß an eins der geführten Meßprotokolle beschrieben werden.

Teil 2. Methode, um durch Kombination mehrerer Kontrollen die Meßresultate zu verbessern.

Bei dem Protokollbeispiel, welches der folgenden Besprechung zu grunde gelegt werden soll, handelt es sich um eine Reflexionsmessung bei nahezu senkrechter Incidenz. Auf den Zweck dieser Untersuchung wird weiter unten noch genauer eingegangen werden. Es sei hier nur vorausgeschickt, daß in dem Behälter 1 ein ebenes Kupferblech unten hineingelegt, dann eine 1%ige Salzwasserlösung mm für mm darübergeschichtet, und nun für jede Schichtdicke die Reflexionsintensität gemessen wurde.

Das Meßprotokoll (siehe Tabelle 1) ist in lauter Rechtecke eingeteilt, die bei diesem Probebeispiel numeriert worden sind. In jedes Rechteck wird eine Reflexionsbeobachtung eingetragen. Ist es gelungen, die beiden mehr oder weniger unruhigen Galvanometereinstellungen gleichzeitig abzulesen, so wird zunächst der von der Dynamomaschine kommende Strom abgestellt, und werden die Nullpunkte abgelesen. Durch die hierdurch erzielte Schonung des Funkensenders wird erreicht, daß während der ganzen Dauer großer Messungen

Tabelle 1] **Reflektierendes Medium: Kupferblech**

	Haupt- Empfänger	Kontroll- Empfänger	Haupt- Empfänger	Kontroll- Empfänger	Haupt- Empfänger	Kontroll- Empfänger
Reflekt. Medium . .	1) Vergleichsspiegel		7) Vergleichsspiegel		13) Vergleichsspiegel	
Ablesungen	30,6	46,5	31,5	50,7	30,4	49,8
Nullpunkte	15,4	16,7	15,1	17,3	14,7	17,6
Ausschläge	15,2	29,8	16,4	33,4	15,7	32,2
Quotient q	0,510		0,491		0,488	
Faktor ξ	172,2		178,5		180,0	
Reflexionsintensität r	87,8		87,8		87,8	
Wasserschicht in mm .	2) kupfernes Bodenblech allein		8) 4 mm		14) 9 mm	
Ablesungen	32,3	46,0	26,2	48,9	30,9	50,6
Nullpunkte	15,4	16,75	15,0	17,4	14,65	17,6
Ausschläge	16,9	29,25	11,2	31,5	16,25	33,0
Quotient q	0,578		0,3556		0,4925	
Faktor ξ	173,2		179,0		180,0	
Reflexionsintensität r	100,0		63,7		88,7	
Wasserschicht in mm .	3) Vergleichsspiegel		9) 5 mm		15) 10 mm	
Ablesungen	30,8	47,5	22,8	48,2	31,3	51,7
Nullpunkte	15,4	16,9	14,9	17,4	14,6	17,6
Ausschläge	15,4	30,6	7,9	30,8	16,7	34,1
Quotient q	0,504		0,2565		0,490	
Faktor ξ	174,2		179,0		181,0	
Reflexionsintensität r	87,8		45,95		88,75	
Wasserschicht in mm .	4) 1 mm		10) 6 mm		16) 11 mm	
Ablesungen	32,4	47,5	24,4	49,8	31,9	53,7
Nullpunkte	15,3	17,0	14,8	17,5	14,5	17,7
Ausschläge	17,1	30,5	9,6	32,3	17,4	36,0
Quotient q	0,561		0,2971		0,487	
Faktor ξ	175,0		180,0		182,0	
Reflexionsintensität r	98,3		53,5		88,7	
Wasserschicht in mm .	5) 2 mm		11) 7 mm		17) 12 mm	
Ablesungen	32,4	49,2	27,5	50,0	30,2	52,7
Nullpunkte	15,15	17,15	14,8	17,5	14,45	17,8
Ausschläge	17,25	32,05	12,7	32,5	15,75	34,9
Quotient q	0,538		0,391		0,451	
Faktor ξ	176,0		180,0		183,0	
Reflexionsintensität r	94,7		70,4		82,6	
Wasserschicht in mm .	6) 3 mm		12) 8 mm		18) 13 mm	
Ablesungen	30,1	48,5	29,3	49,5	28,9	52,7
Nullpunkte	15,2	17,25	14,7	17,6	14,45	17,85
Ausschläge	14,9	31,25	14,6	31,9	14,45	34,85
Quotient q	0,476		0,458		0,4145	
Faktor ξ	177,0		180,0		184,0	
Reflexionsintensität r	84,3		82,5		76,3	

und darüber 1%ige Salzwasserlösung.

Haupt- Empfänger	Kontroll- Empfänger	Haupt- Empfänger	Kontroll- Empfänger	Haupt- Empfänger	Kontroll- Empfänger	Haupt- Empfänger	Kontroll- Empfänger
19) Vergleichsspiegel		25) Vergleichsspiegel		31) Vergleichsspiegel		37) Vergleichsspiegel	
31,1	52,8	30,1	51,9	30,4	53,0	30,5	53,9
14,4	17,85	14,1	17,9	14,05	18,0	13,95	18,1
16,7	34,95	16,0	34,0	16,35	35,0	16,55	35,8
0,478		0,471		0,467		0,462	
183,7		186,1		188,0		189,9	
87,8		87,8		87,8		87,8	
20) 14 mm		26) 19 mm		32) 28 mm		38) 38 mm	
27,8	52,9	29,5	51,7	29,1	53,0	29,0	55,0
14,4	17,8	14,1	17,9	14,05	18,05	13,95	18,1
13,4	35,1	15,4	33,8	15,05	34,95	15,05	36,9
0,382		0,456		0,4305		0,408	
184,0		186,0		188,0		190,0	
70,3		85,0		81,0		77,6	
21) 15 mm		27) 20 mm		33) 30 mm		39) 40 mm	
27,3	52,5	30,2	53,0	29,5	53,6	28,3	53,5
14,4	17,8	14,1	17,9	14,0	18,05	14,0	18,15
12,9	34,7	16,1	35,1	15,5	35,55	14,3	35,35
0,372		0,459		0,436		0,404	
184,0		187,0		189,0		191,0	
68,5		85,9		82,5		77,2	
22) 16 mm		28) 22 mm		34) 32 mm		43) Vergleichsspiegel	
27,9	53,0	29,5	53,0	29,0	53,1	30,1	54,0
14,35	17,75	14,05	17,95	14,05	18,05	13,8	18,3
13,55	35,25	15,45	35,05	14,95	35,05	16,3	35,7
0,3845		0,441		0,426		0,457	
185,0		187,0		189,0		192,1	
71,15		82,5		80,6		87,8	
23) 17 mm		29) 24 mm		35) 34 mm			
28,6	52,4	29,8	54,5	28,5	52,4		
14,2	17,85	14,05	18,0	14,05	18,05		
14,4	34,55	15,75	36,5	14,45	34,35		
0,417		0,431		0,421			
185,0		188,0		190,0			
77,2		81,1		80,0			
24) 18 mm		30) 26 mm		36) 36 mm			
29,0	51,0	29,2	53,3	28,5	53,0		
14,15	17,9	14,05	18,0	13,95	18,1		
14,85	33,1	15,15	35,3	14,55	34,9		
0,449		0,429		0,417			
186,0		188,0		190,0			
83,6		80,7		79,3			

von etwa 50 Beobachtungspunkten an dem Funkensender überhaupt nicht gestellt oder geputzt zu werden braucht, wodurch die zusammenhängende Durchführung der Messung ermöglicht wird. Außerdem können geringe Schwankungen der Nullpunkte, wie sie durch Thermowirkungen pp. immer mal vorkommen, durch das Stromabstellen sofort bemerkt und in Rechnung gestellt werden. Nennen wir nun (siehe linke Spalte des Probebeispiels) den Quotienten der beiden für den Nullpunkt verbesserten Galvanometerausschläge des Haupt- und Kontrollempfängers $q_{(n)}$, einen gewissen Proportionalitätsfaktor, über den noch zu sprechen ist, $\xi_{(n)}$ und die gesuchte Reflexionsintensität $r_{(n)}$, wobei der Index $_{(n)}$ die Rechtecksnummer bedeutet, so können wir zunächst ansetzen

$$r_{(n)} = \xi_{(n)} \cdot q_{(n)}$$

d. h. In Rücksicht auf die schwankende Intensität des Funkensenders kann $r_{(n)}$ nur dem Verhältnis der beiden Galvanometerausschläge proportional gesetzt werden. $\xi_{(n)}$ bedeutet nun aber auch einen von einer Messung zur anderen variierenden Faktor. Wird über die Einheiten vorweg verfügt, indem etwa die Reflexionsintensität des kupfernen Bodenbleches = 100 gesetzt wird, so hängt der Faktor $\xi_{(n)}$ dann nur noch ab von dem fortgesetzt ändernden Verhältnis der Empfindlichkeit des Kontrollempfängers zu der des Hauptempfängers. Um den jeweiligen Wert von $\xi_{(n)}$ zu bestimmen, wird immer nach etwa 5 Messungen eine Zwischenmessung eingeschoben, indem man einen Metallschirm über die Ränder des Behälters 1 (Figur 6) legt, dessen Reflexionsintensität durch irgendwelche Änderungen an der Substanz im Behälter nicht beeinflußt werden und infolgedessen mit der Konstanten $r_{(o)}$ bezeichnet werden kann. Da aber dieser als Vergleichsspiegel verwendete Metallschirm eventuell aus einem anderen Material besteht, sich an einer anderen Stelle befindet und andere Abmessungen hat, wie das Bodenblech, so braucht das $r_{(o)}$ des Vergleichsspiegels nicht gleich dem $r_{(n)}$ des Bodenblechs, also nicht gleich 100 zu sein. In dem Protokollbeispiel enthält Rechteck 2 eine Reflexion am kupfernen Bodenblech, die Rechtecke 1, 3, 7, 13, 19 usw. enthalten Reflexionen am Vergleichsspiegel. Aus den drei ersten Messungen ergibt sich für die Reflexion am Vergleichsspiegel $r_{(o)}$

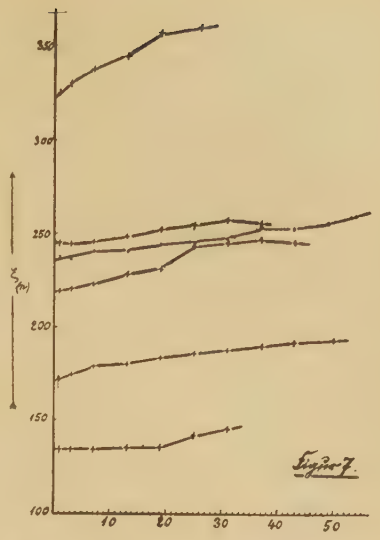
$$r_{(o)} : r_{(2)} = \frac{q_{(1)} + q_{(3)}}{2} : q_{(2)}$$

Hieraus folgt in dem Probebeispiel $r_{(o)} = 87{,}8$. Hat man so $r_{(o)}$ bestimmt, so ergibt sich nach der allgemeingültigen Formel $r_{(n)} = \xi_{(n)} \cdot q_{(n)}$ für sämtliche Vergleichsspiegelmessungen

$$\xi_{(n)} = \frac{r_{(o)}}{q^{(n)}}$$

Wie findet man nun das $\xi_{(n)}$ für alle die zwischenliegenden Messungen? Um beurteilen zu können, ob eine lineare Interpolation zur Berechnung

dieser zwischenliegenden $\xi_{(n)}$ in Frage kommt, wurden in Figur 7 die durch Reflexionen am Vergleichsspiegel beobachteten $\xi_{(n)}$ als Ordinaten für eine größere Zahl von Messungsreihen aufgetragen. Die Abscissenlängen entsprechen der betreffenden Rechtecksnummer jeder einzelnen Messung. Aus dieser Auftragung erkennt man, daß die Zahlen $\xi_{(n)}$, wenn man von einer Messungsreihe zur anderen übergeht, recht verschieden große Werte annehmen können, daß aber in ein und derselben Beobachtungsserie eine lineare Interpolation leidlich gute Werte für $\xi_{(n)}$ ergeben muß. Hat man nun in dem vorbereiteten Schema des Protokolls die Faktoren $\xi_{(4)}$, $\xi_{(5)}$, $\xi_{(6)}$, $\xi_{(8)}$ usw. durch lineare Interpolation ausgefüllt, so gibt schließlich die Formel $r_{(n)} = \xi_{(n)} \cdot q_{(n)}$ die gesuchten Reflexionsintensitäten.

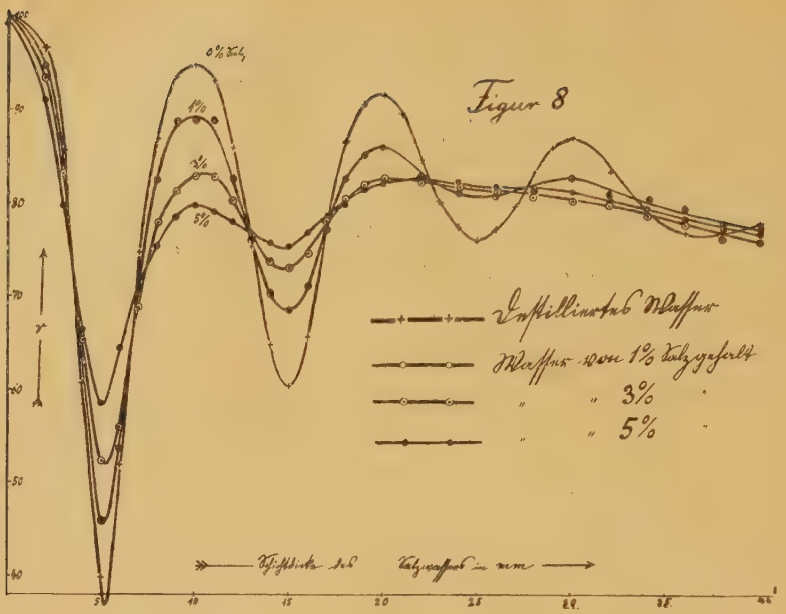


Figur 7.

Die soeben geschilderte Methode, die es ermöglicht, eine Kontrolle über unzuverlässige Apparate auszuüben durch andere Meßinstrumente, die selbst als unzuverlässig zu bezeichnen sind, mag noch so elementar und selbstverständlich erscheinen, ist aber doch durchaus beachtenswert, da die Brauchbarkeit der Meßresultate durch diese Ineinanderschachtelung zweier verschiedener Kontrollen tatsächlich in überraschender Weise gesteigert wurde. Sämtliche in dieser Arbeit beschriebenen Messungen wurden nach dem gleichen Schema durchgeführt und ausgewertet; es werden aber von jetzt an nur noch die durch die Auswertung der Beobachtungen gewonnenen Resultate in Tabellenform und in graphischer Darstellung mitgeteilt werden.

Teil 3. Elektrische Reflexionen bei nahezu senkrechter Incidenz.

Bei der ersten Serie von Messungen wurde ein von einem Fachmann tadellos eben „gerichtetes" Kupferblech unten in den Behälter 1 gelegt und destilliertes Wasser in Schichtdicken, die von mm zu mm zunahmen, daraufgegossen. Es ergab die Kurve mit der Kreuz-Signatur in Figur 8 (Zahlenwerte in Tabelle 2). Als Abscisse wurde die variable Schichtdicke gewählt, und als Ordinate die Reflexionsintensität aufgetragen, die in der oben eingehend beschriebenen Weise aus dem Galvanometerausschlag berechnet worden war. Daß das periodische Steigen und Fallen der Kurve dadurch entsteht, daß der an der Wasseroberfläche und der am Kupferblech reflektierte Strahl mitein-



ander interferieren und je nach der Phasendifferenz Maxima und Minima bilden, kann als bekannt vorausgesetzt werden. Es soll hier nur der Grund angeführt werden, warum diese Versuche in den Gang der Untersuchung eingeschoben wurden. Erstens bildeten diese Versuche eine natürliche Vorstufe zu den späteren komplizierteren Versuchen, bei denen die elliptische Polarisation des reflektierten Strahles untersucht werden sollte. Bei diesen Vorversuchen konnte zwar elliptische Polarisation des reflektierten Strahles nicht auftreten, da ja der lineare Sender senkrecht zur Einfallsebene angeordnet war, und infolgedessen eine elektrische Komponente parallel bezw. eine magnetische Komponente senkrecht zur Einfallsebene überhaupt nicht vorhanden war. Die Versuche bildeten aber insofern eine Vorstufe, als mit derselben Apparatur, mit denselben gedämpften 17,5 cm Wellen elektrische Reflexionen an denselben, zum Teil in der Handhabung schwierigen Medien untersucht wurden, die auch hier ebenso wie später bei den Hauptversuchen schichtweise übereinander gelagert wurden, sodaß stärker reflektierende Medien unten und schwächer reflektierende Medien oben zu liegen kamen. Der zweite Grund für die Vorversuche war der, eine experimentelle Feststellung zu machen über die Eindringungstiefe der 17,5 cm Wellen in die zu untersuchenden Medien, um danach die Dimensionen eines zweiten Behälters, der für die Hauptversuche besonders angefertigt wurde, zu bestimmen. Drittens konnte aus diesen Vorversuchen die Dielektrizitätskonstante der auch für die Hauptversuche in Frage kommenden Medien bestimmt werden, was für die richtige Anordnung dieser späteren Versuche von Bedeutung war.

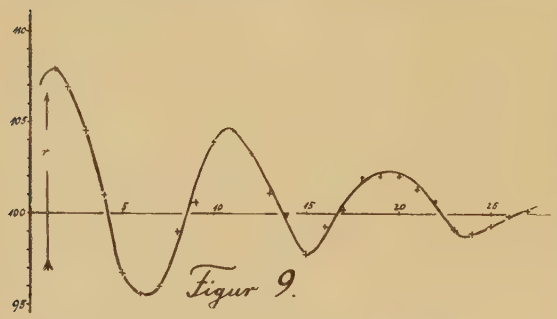
Tabelle 2] **Reflektierendes Medium:**
Kupferblech und darüber Wasser von verschiedenem Salzgehalt.

Dicke der Wasserschicht in mm	Destilliertes Wasser	Wasser von 1% Salzgehalt	Wasser von 3% Salzgehalt	Wasser von 5% Salzgehalt
Bodenblech allein	100	100	100	100
2	96,7	94,7	93,5	91,0
3	85,8	84,3	83,4	79,8
4	60,7	63,7	65,5	66,4
5	39,9	45,95	52,35	58,7
6	51,9	53,5	55,9	64,6
7	74,8	70,4	68,8	71,0
8	86,8	82,5	78,0	75,4
9	93,6	88,7	81,15	78,6
10	94,7	88,75	82,8	79,7
11	93,0	88,7	82,75	79,1
12	85,9	82,6	80,3	78,0
13	75,4	76,3	76,6	76,8
14	64,8	70,3	73,9	75,7
15	60,4	68,5	73,0	75,1
16	65,7	71,15	74,5	76,9
17	78,1	77,2	78,0	78,7
18	86,6	83,6	80,2	79,8
19	90,5	85,0	81,8	81,4
20	91,5	85,9	82,4	82,0
21	89,5			
22	84,5	82,5	82,3	82,3
23	80,1			
24	77,4	81,1	81,5	82,1
25	76,0			
26	77,1	80,7	81,0	81,5
27	79,6			
28	83,1	81,0	80,9	81,6
29	85,8			
30	86,7	82,5	80,1	81,0
32	83,2	80,6	79,7	79,9
34	79,8	80,0	78,7	79,2
36	76,6	79,3	77,8	78,0
38	76,6	77,6	76,1	76,9
40	77,5	77,2	75,9	76,6

In Figur 8 muß der Abstand zweier Maxima oder Minima gleich der halben Wellenlänge in Wasser sein. Setzt man die Wellenlänge in Luft als bekannt voraus, so kann man also den Brechungsindex und damit die Dielektrizitätskonstante bestimmen. In der ersten Beobachtungsserie wurden außer dem destillierten Wasser untersucht Salzwasser von 1%, 3% und 5% Salzgehalt. Es konnte nun aus den Beobachtungen abgelesen werden, erstens, daß die Dielektrizitätskonstanten sich bei zunehmendem Salzgehalt nicht

änderten, wenigstens innerhalb der Genauigkeit dieser Methode, zweitens, daß die Abnahme der Amplituden bei destilliertem Wasser genau gleich war der Abnahme der Amplituden infolge der Dämpfung, die durch eine besondere Messung (siehe unten) festgestellt wurde, und drittens kann man deutlich erkennen, wie bei schwachem Salzgehalt von 1% und 3% die Absorption der elektrischen Wellen zwar stark wächst, aber doch durchaus stetig, sodaß sich hier bereits die erste Aussicht bietet, daß es vielleicht möglich sein wird, kleine Änderungen der Leitfähigkeit mittelst Reflexionen elektromagnetischer Wellen festzustellen.

Es wurde eben erwähnt, daß durch eine besondere Messung die Dämpfung der zu diesen Versuchen verwendeten Wellen festgestellt wurde. Die Methode war die übliche, stehende Wellen durch Reflexion zu erzeugen, und zwar wurde, um eine möglichst reine Reflexion zu erzielen, ein Kupferstab von der halben Wellenlänge hinter dem linearen Empfänger in verschiedenen Abständen aufgebaut, und dann wurden am Haupt- und Kontrollempfänger die Intensitäten beobachtet. Die Ergebnisse sind aus Tabelle 3 und Figur 9 ersichtlich.



Figur 9.

⟵ Abstand des reflektierenden Kupferstabes ⟶
vom Hauptempfänger in cm.

Tabelle 3] **Bestimmung des Dämpfungsdekrements der 17,5 cm Wellen**

a = Abstand des reflektierenden Kupferstabes vom Empfänger in cm
r = Verbesserter Galvanometerausschlag

a	r	a	r	a	r	a	r
∞	100	7	96,0	14	100,0	21	101,3
1,3	107,9	8	99,0	15	97,75	22	100,7
2	106,9	9	100,6	16	99,3	23	99,1
3	104,5	10	103,9	17	100,2	24	98,9
4	101,0	11	104,6	18	102,0	25	99,3
5	96,7	12	103,3	19	102,0	26	99,8
6	95,6	13	101,1	20	102,0	27	100,1

Wie schon besprochen, können die Reflexionen bei nahezu senkrechter Incidenz benutzt werden, um Dielektrizitätskonstanten zu bestimmen. Es wurde deshalb hier eine Beobachtungsserie eingeschoben, um die Dielektrizitätskonstanten von Sand-Wassergemischen verschiedenen Prozentgehaltes zu bestimmen. Es wurde feiner weißer Sand aus der Lüneburger Heide benutzt, und es zeigte sich, daß dieser Sand auch für wissenschaftliche Versuche doch wohl geeigneter ist, als man im ersten Augenblick annehmen sollte.

Der Hauptgrund, weshalb bei diesen und den folgenden Versuchsarbeiten gerade der Sand vor anderen Medien bevorzugt wurde, war folgender. Es sollte doch die Abhängigkeit des Elliptizitätskoeffizienten von den besonderen Eigenschaften der Übergangsschicht untersucht werden. Eine Übergangsschicht künstlich aufzubauen aus mehreren Schichten mit verschieden großer, aber doch genau definierter Dielektrizitätskonstante, ließ sich am leichtesten bewerkstelligen durch Übereinanderlagerung von Sandschichten verschiedenen Feuchtigkeitsgehalts mit zwischengelegten wasserdichten Stoffen. Trotzdem nur mit 17,5 cm langen Wellen gearbeitet wurde, wurden immerhin 5 Zentner Sand benötigt, um nicht durch zu geringe Abmessungen des reflektierenden Mediums Fehler in die Beobachtung hineinzubekommen. Waren diese 5 Zentner Sand aufgebraucht durch Herstellung von Sand-Wassermischungen verschiedenen Feuchtigkeitsgehalts, so brauchte man den feuchten Sand nur in der Sonne auszubreiten, um das Ausgangsmaterial, trockenen Sand, wieder in großer Menge zur Verfügung zu haben. Das alles läßt sich bei Verwendung von anderen Stoffen nicht so einfach haben. Schließlich konnten bei den fortgesetzten Arbeiten mit Sand allerhand Erfahrungen gesammelt werden, die gerade für das vorliegende Problem wichtig sein konnten.

Es wurde deshalb eine zweite Serie von Reflexionen bei nahezu senkrechter Incidenz beobachtet, indem über ein kupfernes Bodenblech Sand-

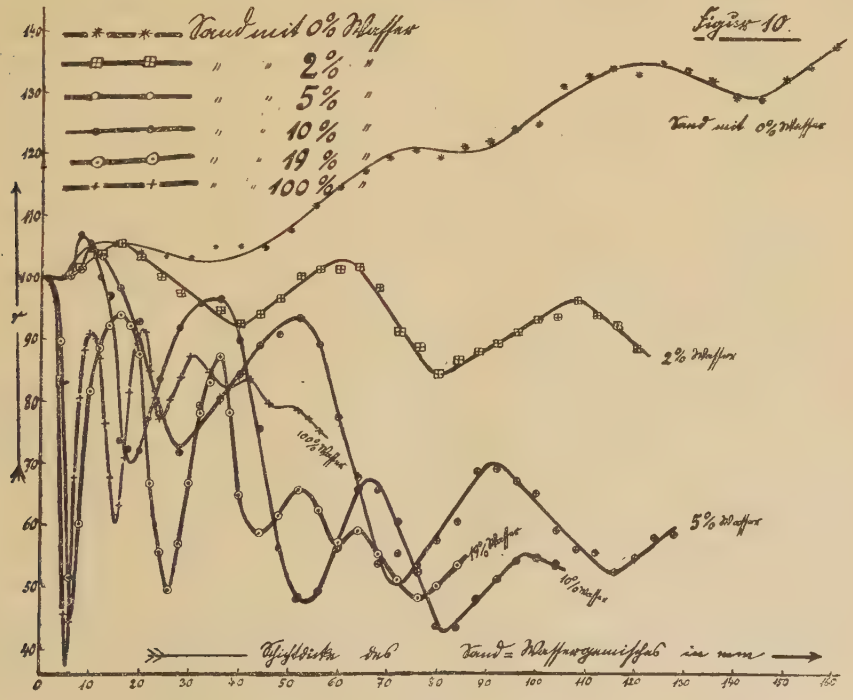


Tabelle 4]

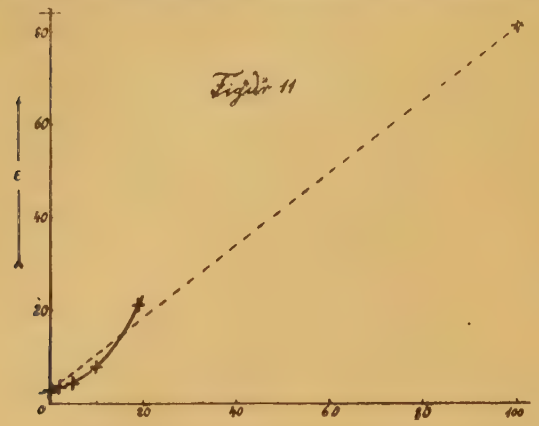
Reflektierendes Medium: Kupferblech und darüber Sand-Wassergemisch von verschiedenem Wassergehalt.

Schichtdicke über dem Kupferblech in mm	Sand-Wassergemisch hat Wassergehalt von					
	0%	2%	5%	10%	19%	100%
kupf. Bodenblech allein	100	100	100	100	100	100
2						98,6
3						96,0
4					89,6	83,3
5	100,0					45,5
6			100,0	100,8	51,6	44,2
7						67,5
8		100,0	101,1	106,7	60,2	80,3
9						88,1
10	105,0		104,7	105,3	81,5	90,8
11						90,0
12		103,6	103,5	99,9	88,3	86,7
13						76,4
14			99,9	97,0	92,0	66,8
15	105,3					61,6
16		105,3	98,1	73,5	93,9	63,1
17						70,7
18				72,2	92,1	81,4
19						89,1
20	104,0	103,2	92,7	71,95	87,4	91,1
21						91,0
22				77,4	66,8	84,7
23						80,5
24		99,8	77,5	83,4	55,7	77,1
25	103,1					
26					49,6	80,1
28		97,2	71,5	91,75	57,0	83,6
30	103,2				66,6	87,0
32		96,0	79,1	95,8	78,1	
34					83,0	84,4
35	104,9					
36		94,5	80,2	96,6	87,2	
38					78,0	82,1
40	104,9	92,4	84,1	89,6	64,8	
42						83,4
44		93,9	88,8	75,5	58,7	
45	104,6					
46						79,7
48		96,5	90,6	56,3	61,5	
50	107,4					
52		100,2	93,4	48,4	65,6	78,6
54						77,2

Schichtdicke über dem Kupferblech in mm	Sand-Wassergemisch hat Wassergehalt von					
	0%	2%	5%	10%	19%	100%
55	111,5					75,2
56		101,3	89,3	49,4	62,3	
60	114,5	101,2	77,4	56,6	57,1	
64		101,7	67,9	65,9	59,1	
65	117,0					
68		98,4	53,8	65,6	55,4	
70	119,3					
72		91,2	55,6	60,6	51,1	
75	120,5					
76		88,6	52,4	53,4	48,4	
80	119,4	84,5	57,6	43,8	50,3	
84		86,75	60,5	43,5	53,65	
85	121,2					
88		87,9	68,7	47,9		
90	122,0					
92		89,3	69,0	51,3		
95	124,1					
96		91,2	67,0	54,3		
100	124,7	93,3	65,2	55,0		
104		93,6	59,2	53,9		
105	131,1					
108		96,3	56,0			
110	132,7					
112		94,0	55,6			
115	133,9					
116		92,25	52,4			
120	133,0	88,5	54,6			
124			57,9			
125	134,8					
128			58,6			
130	133,7					
135	132,1					
140	129,4					
145	129,0					
150	132,3					
155	134,2					
160	137,7					

Wassermischungen verschiedenen Feuchtigkeitsgehalts nach und nach aufgeschichtet wurden, und indem nun die Reflexionsintensität als Funktion der Schichtdicke festgestellt wurde. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4 und Figur 10 eingetragen. An der gegenseitigen Lage der Apparate, des Behälters und der Schirme wurde während der ganzen Messungsserie absolut nichts geändert, nur am reflektierenden Medium selbst. Man sieht auf der graphischen Darstellung der Ergebnisse deutlich, wie die Kurven ganz allmählich ineinander übergehen: erst die Kurve des reinen Wassers, dann die Kurve

der Sand-Wassergemische mit 19, 10, 5 und 2 Gewichtsprozenten Wassergehalt und schließlich die Kurve des trockenen Sandes. Es wurden auch die Dielektrizitätskonstanten der verschiedenen Sand-Wassermischungen aus den Beobachtungen bestimmt und in Figur 11 als Funktion des Wassergehaltes der Sand-Wassermischung aufgetragen. Das Ergebnis ist, daß das Mischungsgesetz $\varepsilon = \frac{\varepsilon_1 p_1 + \varepsilon_2 p_2}{100}$ wenigstens doch ungefähr auch für Sand-Wassermischungen gilt.



Wassergehalt der Sand-Wassermischung in Gewichtsprozenten.

Teil 4. Messungen von Elliptizitätskoeffizienten.

Nach Abschluß der im vorigen Abschnitt beschriebenen Voruntersuchungen wurde nunmehr an die eigentliche Messung von Elliptizitätskoeffizienten herangegangen. Hierzu waren umfangreiche experimentelle Vorbereitungen nötig. Um solche Aufnahmen, wie sie in Figur 2 (a bis d) theoretisch dargestellt sind, sauber zu erhalten, ist eine mühsame Justierung der Apparate erforderlich. Hier muß darauf hingewiesen werden, daß im Laboratorium bei den 17,5 cm-Wellen nicht mit Rahmenempfänger, sondern mit linearem Empfänger gearbeitet wurde, daß infolgedessen nicht die magnetischen, sondern die elektrischen Vektoren aufgenommen wurden, und daß die lange Achse der Schwingungsellipse bei den elektrischen Vektoren um 90° gedreht liegt im Vergleich zu der langen Ellipsenachse bei Aufnahme von magnetischen Vektoren.

Das Kriterium dafür, ob eine tadellose Justierung der Apparate erreicht war, war darin zu suchen, ob es möglich war, die obige, mathematisch leicht definierte Figur 2a, bestehend aus 2 nebeneinanderliegenden Kreisen, wirklich durch die Aufnahme am Empfänger zu erhalten. Denn wurden Sender und Empfänger sich in einem Abstande von etwa 10 Wellenlängen genau gegenübergestellt und wurden alle Reflexionswirkungen durch Metallschirme möglichst verhindert, so mußte der Empfänger lineare Polarisation anzeigen, d. h. es mußte beim Herumschwenken des Empfängers um die Strahlrichtung die Aufnahme der Empfangsintensitäten und die Eintragung der entsprechenden Werte in ein Polardiagramm theoretisch zwei nebeneinanderliegende Kreise ergeben. Jede Abweichung von den Kreis-

linien konnte leicht erkannt und mußte durch Verbesserungen an der Versuchsanordnung beseitigt werden. Vor allem kam es darauf an, in der Richtung der gemeinsamen Tangente der beiden Kreislinien möglichst genau die Empfangsintensität 0 zu erhalten, während gleichzeitig beim Herumschwenken in den anderen Richtungen beträchtliche Intensitätswerte festgestellt wurden. Ferner war einige Sorgfalt erforderlich, um die nötige Symmetrie in die Justierungsdiagramme hineinzubekommen. Schließlich zeigte es sich, daß die beiden Kreise in der Richtung der gemeinsamen Durchmesserlinie immer etwas gestreckt waren. Diese letzte, konstante Abweichung von den mathematischen Kreislinien, deren Erklärung hier nicht erörtert werden soll, konnte nicht ganz beseitigt werden. Sie hinderte aber auch nicht, die Messungen zu verwerten.

Nachdem so die Apparatur durch Messungen der linearen Polarisation justiert war, konnte nun auch die Aufnahme elliptischer Polarisationen durch Bestimmung des Achsenverhältnisses und der Lage des Achsenkreuzes im Raum begonnen werden. Da zur Definition des Elliptizitätskoeffizienten hinzugehört, daß die betreffende Reflexion im Polarisationswinkel erfolgt ist, so wurde zunächst eine Bestimmung des Polarisationswinkels für ein beliebig herausgegriffenes, reflektierendes Medium durchgeführt.

Es wurde ein ausgeteerter Holzkasten benutzt mit den lichten Maßen $10 \times 55 \times 100$ cm. Dieser Kasten wurde mit einer Sand-Wassermischung von 5 % Wassergehalt gefüllt, und dann wurde für dieses Medium der Polarisationswinkel bestimmt. Hierzu wurde der lineare Sender und der lineare Empfänger beide in Richtung der Einfallsebene gestellt, und nun der Einfalls- und Reflexionswinkel von Grad zu Grad variiert. Da Detektoren zu den quadratisch anzeigenden Instrumenten gehören, so mußte das Galvanometer auf beiden Seiten des Polarisationswinkels Ausschläge zeigen, die nach derselben Seite zunahmen. Im Polarisationswinkel selbst mußte der Ausschlag theoretisch gleich Null sein. Tabelle 5 und Figur 12 zeigen die Beobachtungsresultate. Ein deutliches Minimum liegt bei 64°, wie es der Dielektrizitätskonstante eines Sand-Wassergemisches von 5 % Wassergehalt entspricht. Daß das Minimum kein absolutes war, führte sich wie durch einen besonderen Versuch festgestellt wurde, darauf zurück, daß ein Teil der Strahlung an den Laboratoriumswänden reflektiert wurde und so außen um den aufgestellten Schutzschirm herum zum Empfänger gelangte.

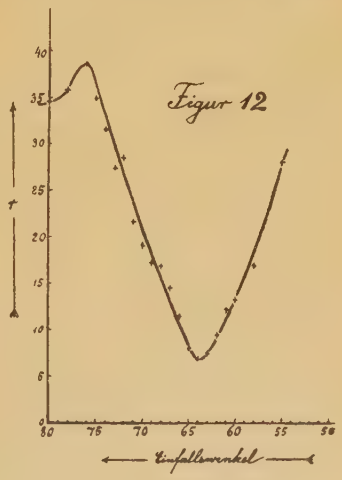
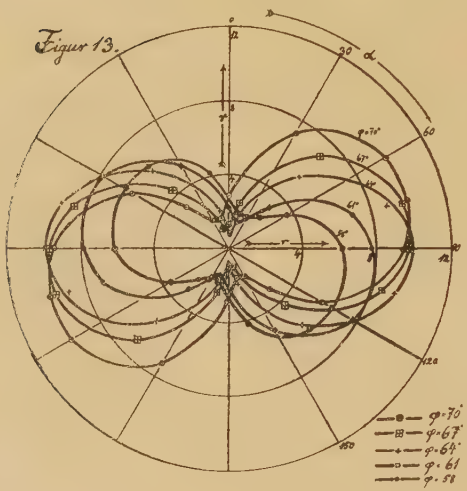


Tabelle 5] **Bestimmung des Polarisationswinkels eines Sand-Wasser-gemisches von 5 % Wassergehalt.**

φ = Einfallswinkel.
r = Verbesserter Galvanometerausschlag.

φ	r	φ	r	φ	r
55°	28,0	65°	7,82	72°	28,5
58	16,73	66	11,35	73	27,3
60	13,2	67	14,43	74	31,5
61	12,1	68	16,80	75	34,9
62	9,29	69	17,20	76	38,6
63	7,35	70	19,0	78	35,8
64	6,79	71	21,6	80	34,6



Figur 13.

Nachdem so der Polarisationswinkel bestimmt war, wurde nun eine Untersuchung darüber angestellt, wieviel sich wohl das Achsenkreuz der elliptischen Schwingung schräg stellt, wenn sich der Empfänger nicht genau im Polarisationswinkel befindet. Aus Tabelle 6 und Figur 13 sind die Resultate dieser Untersuchung ersichtlich. Das reflektierende Medium war dasselbe, wie bei der Bestimmung des Polarisationswinkels. Befand sich der Empfänger im Polarisationswinkel, so lag das Achsenkreuz parallel und senkrecht zur Einfallsebene. Hierbei muß darauf hingewiesen werden, daß im Laboratorium nicht mit Rahmenempfängern, sondern mit linearem Empfänger gearbeitet wurde, daß infolgedessen nicht die magnetischen, sondern die elektrischen Vektoren aufgenommen wurden, und daß die lange Achse der Schwingungsellipse senkrecht zur Einfallsebene lag und nicht parallel, wie es bei Messung der magnetischen Vektoren sein müßte. Aus Figur 13 sieht man ferner, daß sich das Achsenkreuz sofort schräg stellt, sowie man aus dem Polarisationswinkel herauskommt. Man sieht schließlich, daß auch das Achsenverhältnis außerhalb des Polarisationswinkels andere Werte annimmt. Im Polarisationswinkel selbst mußte das aufgenommene Diagramm theoretisch aus zwei neben einander liegenden Kreisen bestehen, wenigstens war hier ja keine Übergangsschicht künstlich angebracht worden. Ganz scharf ist diese mathematisch definierte Figur bei den physikalischen Beobachtungen nie

Tabelle 6] **Abhängigkeit der Schräglage der Schwingungsellipse vom Einfallswinkel.**

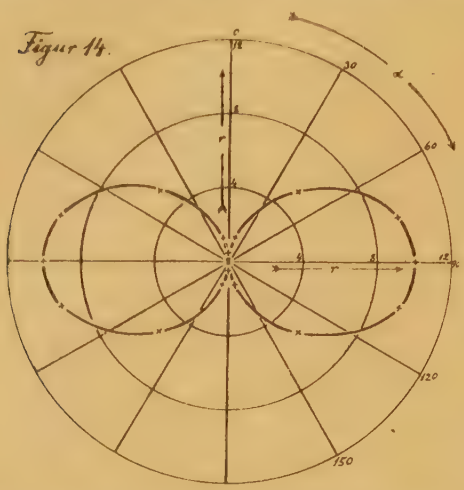
Azimut des Empfängers	Galvanometerausschläge bei einem Einfallswinkel von				
	70°	67°	64°	61°	58°
0°	2,745	1,257	0,993	2,15	–
15	–	2,457	1,944	1,51	1,909
30	7,165	–	–	1,82	1,8395
45	–	7,015	5,46	3,09	2,345
60	9,825	–	–	–	3,62
75	9,92	9,71	8,86	6,98	–
90	9,55	9,71	10,0	7,78	6,15
105	–	8,63	9,28	–	–
120	5,86	–	–	7,76	6,365
135	3,105	4,30	5,79	–	6,185
150	1,713	–	–	5,13	–
165	1.658	1,056	2,04	–	4,155

erreicht worden. Doch genügten die erzielten Genauigkeiten durchaus, um die bestehenden Gesetzmäßigkeiten aus den Beobachtungen zu erkennen.

So galt es unter anderem die wichtige Frage, die schon weiter oben erörtert wurde, zu entscheiden, ob die ganze Brauchbarkeit der hier vorgeschlagenen Methode gefährdet würde durch die Überlagerung zweier sich gegenseitig störender Effekte, nämlich Elliptizität des reflektierten Strahles infolge einer Übergangsschicht und Elliptizität ohne Übergangsschicht nur infolge metallischer Reflexion. Sollte es wirklich möglich sein, aus einem Kleinerwerden des Elliptizitätskoeffizienten auf eine größere Leitfähigkeit des reflektierenden Mediums zu schließen, oder setzt in gleichem Maße, wie die Undurchlässigkeit des Mediums zunimmt, der andere Effekt der gleichsam metallischen Reflexion ein? Gibt es zwischen den von Drude behandelten Extremfällen eine Zwischenstufe, bei der der Elliptizitätskoeffizient kleinere Werte annimmt als in beiden Extremfällen? Gibt es Zwischenstufen, bei denen infolge günstiger optischer Konstanten des reflektierenden Mediums ein mehr oder weniger vollständiges Verschwinden des Ellipti-zitätskoeffizienten beobachtet werden kann? Die theoretische Beantwortung dieser Frage dürfte wohl etwas umständlich sein. Aber es ist ganz leicht, eine experimentelle Entscheidung herbeizuführen. Es besteht ja die Möglichkeit, das Größenverhältnis der natürlichen Drude'schen Übergangs- oder „Polier"-Schicht zur Wellenlänge dadurch praktisch gleich Null zu machen, daß man anstatt mit Lichtwellen eben mit langen (17,5 cm) Wellen arbeitet. Wenn dann der von der Übergangsschicht stammende Effekt gleich Null wird, so muß man bei nichtleitenden Medien eine wirklich lineare Polarisation des reflektierten Strahles beobachten können. Man wird dann, ohne die Dielektrizitätskonstante des reflektierenden Mediums oder sonst irgend etwas an der ganzen Apparatur zu ändern, nur die Leitfähigkeit ver-

größern und dann feststellen können, von welcher Leitfähigkeit an der Elliptizitätskoeffizient meßbar zunimmt.

In dieser Richtung wurde ein Versuch ausgeführt. Es wurde die Dielektrizitätskonstante des reflektierenden Mediums und die ganze Apparatur genau gelassen wie bei dem letzten Versuch. Nur wurde zu der Herstellung der Sand-Wassermischung nicht Süßwasser, sondern Salzwasser von 10 % Salzgehalt benutzt. Nun wurde der Elliptizitätskoeffizient ohne künstliche Übergangsschicht bestimmt. Das Ergebnis der Messung ist in Tabelle 7 und Figur 14 wiedergegeben. Die Apparatur hat nie so sauber wie gerade in diesem Falle den Elliptizitätskoeffizienten = 0 ergeben, während doch dieselbe Apparatur empfindlich reagierte und starke Elliptizitätskoeffizienten bis dicht an den Wert 1,0 heran erkennen ließ, sobald bei den folgenden Versuchen eine dünne künstliche Übergangsschicht angeordnet wurde. Die Sorge, daß eine Elliptizität, die durch gleichsam metallische Reflexion hervorgerufen würde, sich der anderen Elliptizität, die durch die Übergangsschicht entsteht, störend überlagern könnte, kann also als unbegründet fallen gelassen werden.



Figur 14.

Tabelle 7| **Reflexion an einem salzigen Sand-Wassergemisch, dessen Wasser 10 % Salzgehalt besaß, ohne Übergangsschicht.**

α = Azimut des Empfängers.
v = Verbesserte Galvanometerausschläge.

α	v	α	v	α	v
0	0,535	75	9,33	135	5,335
15	1,296	90	10,04	165	1,358
45	5,29	105	9,475		

Bei den weiteren Versuchen wurde dann die Abhängigkeit des Elliptizitätskoeffizienten von der Dicke einer künstlich hergestellten Übergangsschicht experimentell untersucht. Die Ergebnisse sind in Tabelle 8 und Figur 15 wiedergegeben. Die Kurve mit den liegenden Kreuzen zeigt die Elliptizitätskoeffizienten bei allmählich zunehmender homogener Übergangsschicht; und zwar bestand diese Übergangsschicht aus einem Sand-Wassergemisch von 4 % Wassergehalt, während sich dann unter der Übergangsschicht ein Sand-

Wassergemisch von 16 % Wassergehalt anschloß. Wir sehen, daß der Elliptizitätskoeffizient, wie es der Drude'schen Formel durchaus entspricht, bei geringer Dicke der Übergangsschicht linear anwächst, bis er bei einer Schichtdicke von $\sim \frac{1}{7} \lambda$ nahezu den Wert 1,0 erreicht. An dieser Stelle verläßt uns die Drude'sche Formel als Führerin, der Elliptizitätskoeffizient stürzt bei weiterem Wachsen der Schichtdicke jäh herab zu niedrigen Werten, um dann nur langsam wieder anzusteigen.

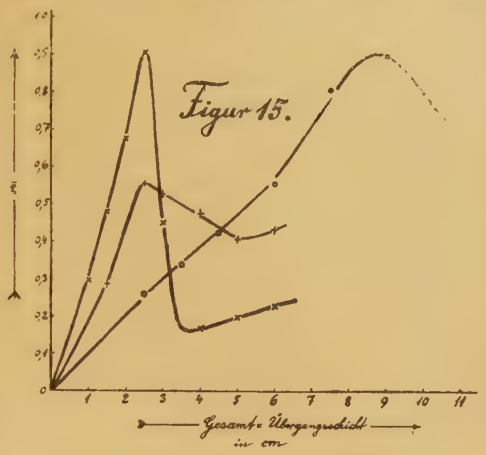


Tabelle 8] **Elliptizitätskoeffizienten.**

Dicke der Gesamt-Übergangsschicht in cm	Reflekt. Medium: Sand von 16 % Wassergehalt, darüber folg. Sand-Wasser-Übergangsschichten		
	homogene Schicht von 4 % W.	ob. Drittel 0 % W. mittl. „ 4 % „ unt. „ 8 % „	wie vorige Spalte, aber Salzgehalt des Wassers = 3 %
1	0,295	–	–
1,5	0,478	0,288	–
2	0,676	–	–
2,5	0,907	0,557	0,261
3	0,450	0,528	–
3,5	–	–	0,340
4	0,169	0,476	–
4,5	–	–	0,424
5	0,198	0,407	–
6	0,230	0,434	0,557
7,5	–	–	0,810
9	–	–	0,902
10,5	–	–	0,733

In einer weiteren Messung wurde nun die Übergangsschicht nicht mehr homogen beibehalten, sondern wurde aus drei Teilschichten von gleicher Dicke, aber verschiedener Dielektrizitätskonstante aufgebaut. Die oberste Teilschicht aus trockenem Sande hatte etwa die Dielektrizitätskonstante $\varepsilon = 2{,}5$, die zweite Teilschicht aus Sand mit 4 % Wasser hatte etwa $\varepsilon = 4$, die dritte Teilschicht aus Sand und 8 % Wasser hatte etwa $\varepsilon = 6{,}5$ und das dann folgende Hauptmedium 2 bestand wieder aus einem Sand-Wassergemisch von 16 % Wassergehalt. Die Anordnung war also genau dieselbe, wie bei der vorigen Messung, nur die Sprünge der Dielektrizitätskonstante waren ein

wenig abgemildert. Das Ergebnis der Messung ist durch die Kurve mit den senkrechten Kreuzen wiedergegeben; es läßt sich kurz dahin zusammenfassen, daß dadurch, daß die Sprünge der Dielektrizitätskonstante abgemildert sind, nun auch die scharfen Ecken der Kurve für den Elliptizitätskoeffizienten mehr abgerundet sind, ohne daß die Kurve an mittlerer Höhe wesentlich eingebüßt hat.

Schließlich wurde diese letzte Messung noch einmal wiederholt, indem nur geändert wurde, daß an Stelle des Süßwassers ein Salzwasser von 3 % Salzgehalt verwendet wurde. Das Ergebnis ist aus der Kurve mit den kleinen Kreisen zu ersehen. Auf den ersten Blick sieht es sehr ungünstig aus, da ja die Elliptizitätskoeffizienten hohe Werte haben. Bei genauerer Betrachtung erkennt man aber, daß dieser Versuch gerade das beweist, was gebraucht wird, nämlich daß die elektrischen Strahlen schon durch die erste salzwasserführende Teilschicht nicht hindurchdringen.

Leider war es nicht möglich, bei den Modellversuchen die bei dem praktischen Problem herrschenden Verhältnisse so getreu abzubilden, daß das günstige Ergebnis des Versuches etwas leichter als solches zu erkennen war. Die Abweichung des Modellversuches bestand darin, daß das Medium 1 bei dem Problem der Praxis aus trockenem Sand und im Laboratorium aus Luft bestand. Im Zusammenhang hiermit ergab sich ein zweiter Unterschied, nämlich daß die oberste Teil-Übergangsschicht nicht, wie beim Grundwasser-Problem, aus salzwasserführendem Sand aufgebaut werden konnte, sondern daß hierfür trockener Sand gewählt werden mußte. Die durchschnittliche Dielektrizitätskonstante der Übergangsschicht mußte nämlich im Anschluß an eine Drudesche Betrachtung (Seite 280, Auflage 2 seiner „Optik") zu $\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2}$ gewählt werden, also bei 16 % Wassergehalt des Mediums 2 etwa $\varepsilon = \sqrt{1 \cdot 16} = 4$. Dieser Faktor 1, an dessen Stelle in Wirklichkeit 2,5 stehen würde, machte sich sehr störend bemerkbar. Falls nicht für diese eine Messung eine ganz andere, kostspielige Versuchsanordnung mit ganz anderen Apparaten neu aufgebaut werden sollte, so mußte die oberste Teil-Übergangsschicht, da die durchschnittliche Dielektrizitätskonstante der Gesamt-Übergangsschicht gleich 4 gemacht werden sollte, aus trockenem Sande mit $\varepsilon = 2{,}5$ aufgebaut werden.

Nun lassen sich die Versuchsergebnisse leichter erklären. Die Wirkung der trockenen Teil-Übergangsschicht springt deutlich heraus. Die Kurve mit der Kreissignatur hat nämlich denselben Charakter wie die Kurve mit den liegenden Kreuzen, nur sind die Abscissen, die zu den gleichen ϱ Werten gehören, natürlich dreimal so groß, da ja die ins Kurvenblatt als Abscissen eingetragenen Gesamt-Übergangsschichten tatsächlich dreimal so groß sind wie die jeweiligen Dicken der trockenen Teilschicht. Da nun die Salzwasserkurve durchaus den Charakter der für eine homogene Übergangsschicht

aufgenommenen Kurve zeigt, so geht hieraus klar hervor, daß die Strahlen nicht weiter als gerade eben bis in die erste Salzwasser-Sandschicht eingedrungen sind. Dies letzte Ergebnis ist aber das, was wir brauchen. Wir erkennen nämlich, daß ein schwacher Salzgehalt bereits verhindert, daß die Strahlen auch nur den dritten Teil der Übergangsschicht durchdringen. Da in Wirklichkeit der Salzgehalt sofort an der oberen Grenze der Gesamt-Übergangsschicht beginnt, so sind also äußerst kleine Werte für den Elliptizitätskoeffizienten bei salzigem Grundwasser zu erwarten, die nahezu gleich Null sein werden. Wir sehen, daß der theoretische Abschnitt durch die Experimente des zweiten Abschnittes in zufriedenstellender Weise gestützt und ergänzt wird.

Schluß.

Zusammenfassung.

Es werden theoretische und experimentelle Untersuchungen angestellt über eine Methode, aus Reflexionsbeobachtungen elektromagnetischer Wellen auf die Beschaffenheit des reflektierenden Mediums zu schließen. Die Anregung zu der Untersuchung erfolgte aus der Praxis, in der das Problem „Die Bestimmung des Salzgehaltes von Grundwasser in sandigen Gegenden durch elektrische Reflexionen" Bedeutung hat.

I. Theoretischer Abschnitt.

Die elliptische Polarisation des reflektierten Strahles kann nach Drude bei nichtleitenden reflektierenden Medien durch „Übergangsschichten", bei metallisch leitenden Medien durch „metallische Reflexion" erklärt werden. Zwischen diesen beiden Grenzfällen gibt es Zwischenstufen von Leitfähigkeit, wie durch Versuche nachgewiesen ist, wo die elliptische Polarisation auf Grund metallischer Reflexion noch nicht einsetzt, wo aber trotzdem das vollständige Durchdringen einer künstlich angeordneten Übergangsschicht durch die gleiche mittlere Leitfähigkeit so herabgesetzt wird, daß der Elliptizitätskoeffizient kleinere Werte annimmt, als bei nichtleitenden Medien, da die wirksame Dicke der Übergangsschicht infolge der Leitfähigkeit des reflektierenden Mediums kleiner wird.

Zwischen dem reflektierenden Medium und den Antennen liegt ein planparalleles Dielektrikum von unbekannter Dicke. Aus den Prinzipien der Interferenzerscheinungen werden 4 Gleichungen aufgestellt, aus denen die Schichtdicke des Dielektrikums berechnet werden kann.

Es gibt eine besondere Art der Aufstellung des Senders, bei der die direkte Strahlung am wenigsten stört. Es wird eine Methode angegeben, nach der die direkte Strahlung von dem Gesamtbeobachtungsergebnis in Abzug gebracht werden kann.

II. Experimenteller Abschnitt.

Die Versuchsanordnung wird beschrieben. Sie ermöglicht es, 1. den Abstand der Apparate vom reflektierenden Medium, 2. das Azimut der Apparate und 3. die Einfallswinkel beliebig zu variieren. Durch ein geeignetes Schema für die Auswertung der Meßresultate kann ihre Zuverlässigkeit beträchtlich erhöht werden.

Als vorbereitende Messungen wurden zunächst Reflexionen bei nahezu senkrechter Incidenz durchgeführt. Nach dieser Anordnung konnte die Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten von Sand-Wassergemischen verschiedenen Prozentgehaltes durchgeführt werden.

Die Hauptversuche umfaßten die Bestimmung von Elliptizitätskoeffizienten bei verschiedenen Medien und verschiedenen, künstlich schichtweise aufgebauten Drudeschen „Übergangsschichten". Hierbei wurde festgestellt, daß ein Gemisch von Salzwasser und Sand ohne Übergangsschicht eine rein linear polarisierte, keine gleichsam metallische Reflexion zeigte. Dann wurde die Abhängigkeit des Elliptizitätskoeffizienten von der Dicke der Übergangsschicht experimentell untersucht und dadurch eine neue Bestätigung der Drudeschen Theorie über den Elliptizitätskoeffizienten geschaffen.

Die vorstehende Arbeit wurde im Institut für angewandte Elektrizität der Universität Göttingen ausgeführt. Dem Direktor des Instituts, meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Professor Dr. M. Reich, bin ich für das unermüdlich rege und fördernde Interesse, das er der Arbeit jeden Augenblick entgegenbrachte, zu größtem Dank verpflichtet.

Ferner möchte ich an dieser Stelle der „Erda" Aktiengesellschaft, Institut für angewandte Geophysik zu Göttingen, vielmals danken für die mir während der Arbeit gewährte wirtschaftliche Unterstützung.

Sehr dankbar bin ich auch dem früheren Direktor der „Erda" A.-G., Herrn Dr. Richard Ambronn, der das zu untersuchende Problem als Erster gekennzeichnet hat und der mir in liebenswürdiger Weise die Durchführung der Untersuchung ermöglichte.

Schließlich danke ich dem Assistenten des Instituts für angewandte Elektrizität, Herrn Dr. Götz, für zahlreiche Anregungen.

Auch Herrn Wilhelm Müller, dem Mechanikermeister des elektrischen Instituts, bin ich für stete Hilfsbereitschaft sehr dankbar.

Lebenslauf.

Ich, Karl Hellwig, wurde am 7. Juni 1880 zu Berlin geboren. Mein Vater war der Regierungs- und Geheime Baurat Hellwig zu Hildesheim. Von 1886 bis 1898 besuchte ich humanistische Gymnasien in Königsberg in Preußen und Hildesheim. Von 1898 an gehörte ich der Kaiserlichen Marine an, bis ich 1910 als Kapitänleutnant pensioniert wurde. Im Wintersemester 1910/11 kam ich nach Göttingen und studierte dort bis zum Ausbruch des Krieges Mathematik und Physik. Den Krieg machte ich bis 1917 an der Front mit und wurde dann wissenschaftlicher Hilfsarbeiter an der Göttinger Aerodynamischen Versuchsanstalt, wo ich 4½ Jahre blieb. 1918 verheiratete ich mich. Seit 1922 bin ich an der „Erda" A.-G., die es mir in dankenswerter Weise ermöglichte, die für die Prüfung nötigen Arbeiten zu erledigen.